



STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

ĐÁP ÁN ĐỀ THI MÔN TOÁN - KỲ THI TN THPT 2023

Mã	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	A	A	B	D	B	D	D	D	D	C	D	A	C	C	C	B	D	A	B	C	B	A	D	D
2	B	C	B	C	A	B	D	C	D	D	C	B	C	C	A	C	C	C	A	D	D	C	B	A
3	B	C	A	A	D	C	D	C	A	A	B	A	A	C	A	C	A	A	A	C	A	B	C	A
4	D	A	A	D	C	C	A	B	D	B	C	B	D	D	A	A	C	A	D	C	C	A	A	A
5	C	B	B	C	D	D	C	A	A	B	B	A	D	D	B	A	C	C	A	C	C	B	C	B
6	A	B	D	B	D	A	D	B	D	D	C	A	B	C	A	C	B	A	C	B	C	A	A	C
7	D	C	C	D	C	C	B	B	D	D	B	D	A	C	D	A	C	C	C	B	D	D	D	B
8	A	A	D	D	B	B	A	A	B	C	D	D	A	D	A	A	A	C	B	A	C	D	C	B
9	A	D	B	A	C	D	D	C	A	C	C	A	A	A	C	B	B	C	B	B	D	A	B	D
10	B	B	C	B	B	B	C	D	A	A	C	A	D	A	D	B	C	B	B	C	A	B	A	C
11	D	D	C	D	D	B	A	A	C	B	D	B	C	D	D	A	B	C	C	C	A	A	B	A
12	B	A	D	D	C	A	D	B	D	A	C	C	C	D	A	A	C	A	D	B	B	D	D	B
13	C	B	D	C	C	A	D	C	C	A	C	C	D	B	C	C	D	C	D	C	A	D	C	D
14	D	D	C	A	B	B	C	D	D	C	C	D	A	A	D	B	D	D	A	C	B	C	B	B
15	C	D	D	D	C	A	A	C	B	C	D	A	A	A	D	A	D	C	B	D	C	D	D	C
16	C	D	A	C	B	C	A	B	C	B	D	A	D	A	C	C	A	D	A	D	A	B	B	D
17	B	B	C	B	A	C	B	D	B	A	A	A	C	B	D	D	A	B	C	B	B	D	C	A
18	B	C	A	A	C	D	B	D	A	B	C	C	A	C	C	D	C	B	D	B	B	A	A	D
19	A	B	C	C	C	D	D	A	B	B	D	B	A	B	B	A	A	D	B	A	D	D	A	A
20	C	A	A	B	B	C	A	D	C	A	B	B	B	B	A	D	D	B	A	A	B	A	A	A
21	B	A	C	C	B	A	C	A	B	C	B	D	A	A	A	D	B	A	A	B	B	B	D	C
22	C	B	C	D	B	C	B	C	A	C	C	A	D	A	C	C	C	B	C	C	D	A	A	C
23	B	C	A	C	C	C	B	D	B	B	C	C	B	B	C	C	C	B	A	A	C	D	D	A
24	B	A	B	D	A	D	A	D	C	D	B	C	B	B	B	D	D	C	D	B	C	D	A	B
25	D	A	A	D	A	A	B	A	D	D	D	D	C	A	D	B	C	D	A	D	B	C	D	A
26	C	B	C	C	D	C	B	D	B	B	A	D	D	B	C	A	A	A	B	B	C	C	B	C
27	B	C	D	A	C	B	C	A	A	A	A	C	B	C	D	D	B	B	D	C	B	A	B	B
28	D	A	A	A	B	B	D	A	D	C	B	A	D	B	C	A	C	D	B	D	B	A	B	D
29	D	C	C	B	A	A	B	B	D	D	B	A	D	A	B	C	A	A	B	C	B	C	A	C
30	C	B	A	C	C	A	C	A	B	B	C	D	C	C	B	D	A	D	B	D	C	C	D	D
31	D	C	B	B	B	B	C	D	C	D	D	D	B	A	D	C	B	A	D	A	C	A	A	C
32	C	B	D	C	A	D	D	A	D	A	D	C	D	B	A	C	D	C	D	D	D	A	B	D
33	B	C	B	A	D	B	C	B	B	D	A	C	C	A	C	D	B	D	B	A	C	A	D	B
34	D	A	B	B	D	A	B	C	A	D	C	D	A	A	B	A	D	A	A	A	D	C	B	B
35	C	A	D	A	D	A	C	A	C	B	B	C	A	C	B	D	B	B	B	D	C	D	B	B
36	C	A	C	C	C	C	C	D	C	B	D	A	A	B	B	C	C	D	D	B	D	C	D	D
37	D	C	D	B	D	A	A	D	B	A	A	D	C	C	C	D	A	C	A	D	C	A	D	B
38	D	C	B	B	C	C	D	C	C	D	D	A	B	B	D	A	C	A	A	A	D	B	A	C
39	B	B	D	B	B	C	D	C	B	B	B	C	B	B	A	C	A	C	B	D	B	B	B	C
40	C	A	D	A	A	B	B	C	D	A	A	D	B	C	B	A	D	D	D	A	D	D	A	C
41	D	B	A	B	D	B	B	B	A	B	B	D	D	A	B	D	B	D	A	A	D	B	A	D
42	B	C	A	A	D	B	A	B	C	D	A	A	B	B	D	D	D	A	D	D	D	C	D	B
43	C	B	D	C	A	D	C	C	C	D	D	C	D	C	B	C	D	D	B	D	B	B	A	B
44	C	C	B	C	A	D	B	B	C	C	D	C	B	C	D	C	A	B	D	B	D	D	D	D
45	B	C	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	C	A	D	D	B	A	A	D	D	C	A	C
46	D	B	B	A	A	B	C	B	C	C	A	A	C	C	B	D	A	C	D	A	B	B	B	D
47	C	B	D	C	D	C	B	B	D	A	C	D	D	B	B	A	A	B	D	B	D	B	D	D
48	B	C	C	B	B	C	A	D	C	C	A	D	B	B	D	A	B	D	D	A	C	C	B	C
49	D	C	C	A	D	A	C	C	B	A	B	C	C	A	A	D	D	A	A	B	D	C	A	B
50	D	A	B	A	C	A	A	C	B	D	D	B	C	C	A	D	A	D	B	C	C	D	A	B





TỔ 1

KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể phát đề

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 2. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int x^3 dx = x^3 + C$. B. $\int x^3 dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$. C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$. D. $\int x^3 dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 3. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 729. B. 20. C. 120. D. 216.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

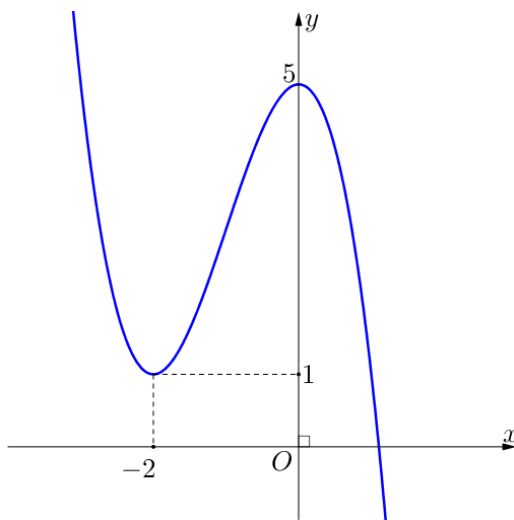
Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là:

- A. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{\ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. D. $y' = \frac{1}{x-1}$.

Câu 6. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b \geq c$. B. $b \leq c$. C. $b > c$. D. $b < c$.

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

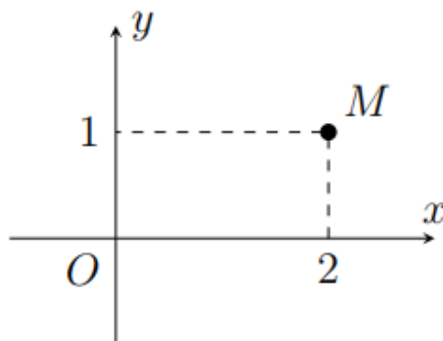
- A. $\frac{V}{3}$. B. V . C. $\frac{2V}{3}$. D. $3V$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2) = 6$, $F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 18. D. -6.

Câu 11. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $2-i$. B. $1+2i$. C. $1-2i$. D. $2+i$.



Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 16π . C. 24π . D. 56π .

Câu 14. Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 4π . D. 4.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. 3. B. -4. C. 1. D. -1.

- Câu 16.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. 7. B. 5. C. 4. D. 12.
- Câu 17.** Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng
- A. 3. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{3}$. D. 7.
- Câu 18.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là
- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.
- Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là
- A. $(-1; 4; -5)$. B. $(1; -4; 5)$. C. $(3; 0; 1)$. D. $(3; 0; -1)$.
- Câu 21.** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là ?
- A. -1. B. 2. C. 1. D. -2.
- Câu 22.** Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng
- A. 10. B. 3. C. 7. D. -3.
- Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \geq \log_3 2$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1]$.
- Câu 24.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau ?

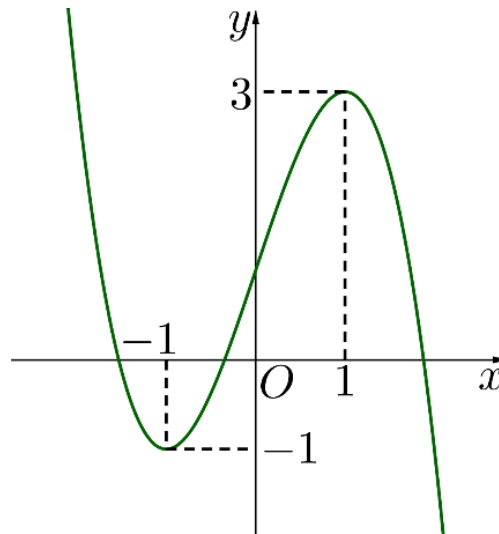
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

- A. $y = \frac{x+2}{x}$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^4 - 3x^2$. D. $y = -2x^2 + 1$.

- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxz có phương trình là

- A. $x = 0$. B. $z = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

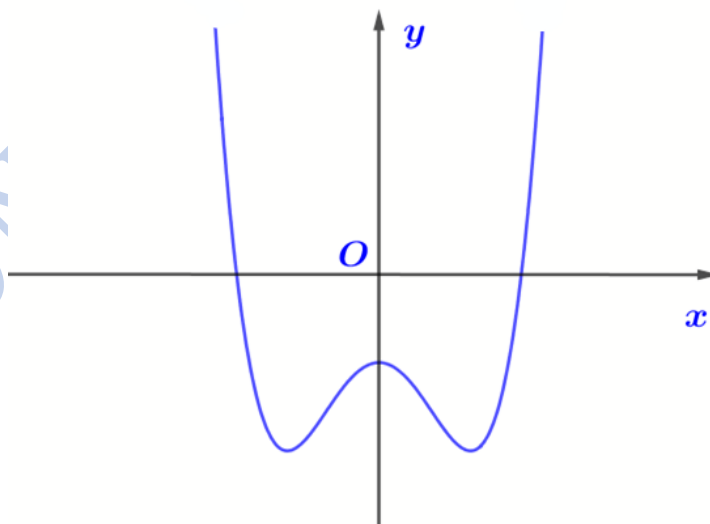


- A. 0. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1; -2; 3)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$, $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

Câu 32. Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 . Giá trị x_1+x_2 bằng

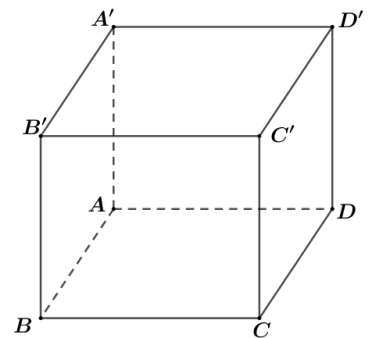
A. -1 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 1 .

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $f(4) > f(0)$. **B.** $f(0) > f(2)$. **C.** $f(5) > f(6)$. **D.** $f(4) > f(2)$.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2, AA'=2$ (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Câu 35. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

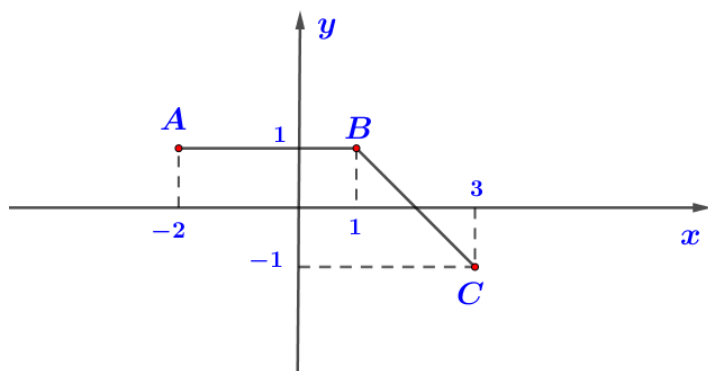
A. $\frac{72}{143}$. **B.** $\frac{15}{143}$. **C.** $\frac{128}{143}$. **D.** $\frac{71}{143}$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(3;7)$. **B.** $(-3,0)$. **C.** $(3;0)$. **D.** $(-3;7)$.

Câu 37. Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int_{-2}^3 f(x)dx$ bằng

A. 4 . **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 3 .



Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

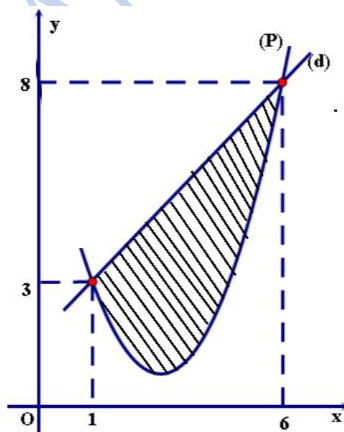
Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$?

- A. 728. B. 726. C. 725. D. 729.

Câu 40. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$. Tích phân

$$\int_1^6 (2x - 5) f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{830}{9}$ B. $\frac{178}{9}$ C. $\frac{340}{9}$ D. $\frac{925}{18}$.



Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \frac{5}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2; 5)$?

- A. 16. B. 6. C. 17. D. 7.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(12; 14)$. B. $(4; 6)$. C. $(1; 3)$. D. $(6; 8)$.

- Câu 43.** Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6$ và $ab \leq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 3i| + |z_2|$ bằng
- A. $3\sqrt{2}$. B. 3. C. $3\sqrt{5}$. D. $3 + 3\sqrt{2}$.
- Câu 44.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.
- Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 1-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?
- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(7; \frac{15}{2}\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$.
- Câu 46.** Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số $(a; b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2| = 2$ và $|z_2 + 1 - 4i| = 4$?
- A. 2. B. 3. C. 6. D. 4.
- Câu 47.** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị của $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5)$. Số phần tử của tập S là
- A. 7. B. 1. C. 8. D. 3.
- Câu 48.** Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng
- A. $2\sqrt{3}\pi$. B. 3π . C. $6\sqrt{3}\pi$. D. π .
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4; 8; 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?
- A. 6. B. 2. C. 10. D. 5.
- Câu 50.** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $-3; 2$ của phương trình $f(x^2 + 2x + 3) = m$ bằng -4 ?
- A. 145. B. 142. C. 144. D. 143.

-----Hết-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.D	5.C	6.A	7.D	8.A	9.A	10.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

11.D	12.B	13.C	14.D	15.C	16.C	17.B	18.B	19.A	20.C
21.B	22.C	23.B	24.B	25.D	26.C	27.B	28.D	29.D	30.C
31.D	32.C	33.B	34.D	35.C	36.C	37.D	38.D	39.B	40.C
41.D	42.B	43.C	44.C	45.B	46.D	47.C	48.B	49.D	50.D

Câu 1. [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

FB tác giả: Thiên Nguyen

Ta có $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 2. [Mức độ 1] Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$.

B. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$.

C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$.

D. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

FB tác giả: Thiên Nguyen

Ta có $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$.

Câu 3. [Mức độ 1] Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729.

B. 20.

C. 120.

D. 216.

Lời giải

FB tác giả: Thiên Nguyen

Số tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều là: $C_6^3 = 20$.

Câu 4. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$.

D. $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

FB tác giả: Thiên Nguyen

Ta có $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 5. [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là:

A. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$.

B. $y' = \frac{1}{\ln 2}$.

C. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

D. $y' = \frac{1}{x-1}$.

Lời giải

FB tác giả: Thiên Nguyen

Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 6. [Mức độ 1] Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \geq c$.

B. $b \leq c$.

C. $b > c$.

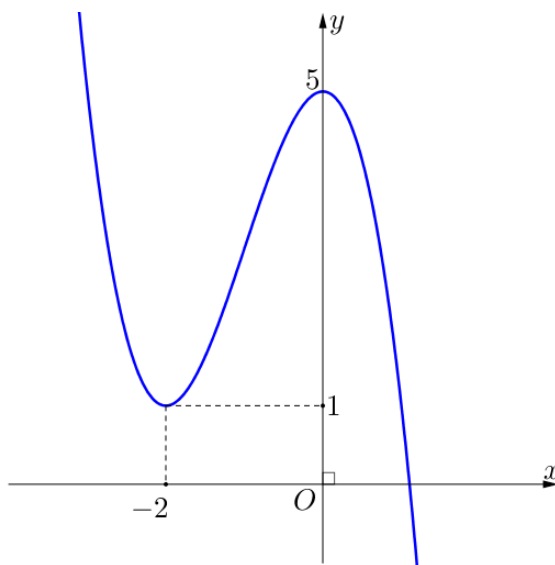
D. $b < c$.

Lời giải

FB tác giả: Trương Hồng Hà

Vì cơ số $a = 5 > 1$ nên $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$.

Câu 7. [Mức độ 2] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

A. 1.

B. 0.

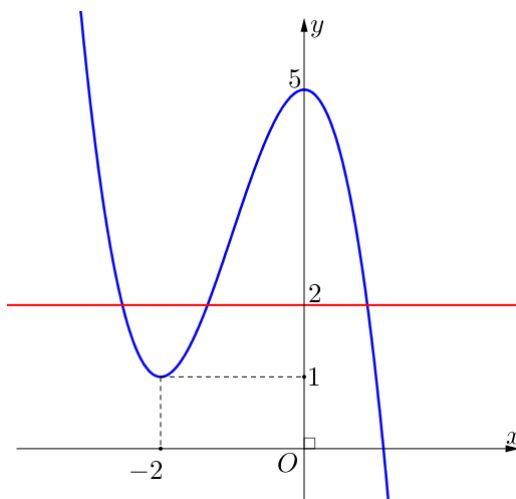
C. 2.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Trương Hồng Hà

Vẽ đường thẳng $y = 2$ trên cùng hệ trục tọa độ



Dựa vào đồ thị ta có phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 8. [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 3$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải**FB tác giả: Trương Hồng Hà**

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-1}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = 2$.

Câu 9. [Mức độ 1] Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{V}{3}$.

B. V .

C. $\frac{2V}{3}$.

D. $3V$.

Lời giải**FB tác giả: Trương Hồng Hà**

Ta có $V = V_{ABC.A'B'C'} = d(A'; (ABC)) \cdot S_{\triangle ABC}$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} d(A'; (ABC)) \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} V.$$

Câu 10. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2) = 6$, $F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 18.

D. -6.

Lời giải**FB tác giả: Trương Hồng Hà**

Ta có $\int_2^4 f(x) dx = F(x) \Big|_2^4 = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$.

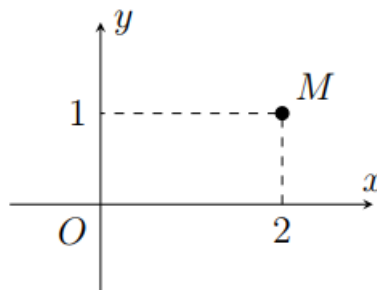
Câu 11. [Mức độ 1] Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $2 - i$.

B. $1 + 2i$.

C. $1 - 2i$.

D. $2 + i$.

**Lời giải****FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy**

Ta có: Tọa độ điểm $M(2;1)$ nên là điểm biểu diễn của số phức $2 + i$.

Câu 12. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 13. [Mức độ 1] Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 16π . C. 24π . D. 56π .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 24\pi$.

Câu 14. [Mức độ 1] Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 4π . D. 4 .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy

Ta có $V = \frac{1}{3}B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = 4$.

Câu 15. [Mức độ 1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. 3. B. -4. C. 1. D. -1.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thúy

Ta có $z_1 - z_2 = 1 - 4i$. Vậy phần thực của $z_1 - z_2$ bằng 1.

Câu 16. [Mức độ 1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 7. B. 5. C. 4. D. 12.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

Câu 17. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{3}$. D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến

Thay $x = 2$ ta được $y = (2 \cdot 2^2 - 1)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$.

Câu 18. [Mức độ 1] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 4.

B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến

Ta có $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$.

Câu 19. [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$ là
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 20. [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz cho hai vector $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-1; 4; -5)$.B. $(1; -4; 5)$.C. $(3; 0; 1)$.D. $(3; 0; -1)$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến

Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v} = (3; 0; 1)$.

Câu 21. [Mức độ 1] Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là ?

A. -1 .B. 2 .C. 1 .D. -2 .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Thuần

Ta có $\bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow$ phần ảo của $\bar{z}$ là 2 .

Câu 22. [Mức độ 1] Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 10.

B. 3.

C. 7.

D. -3 .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Thuần

Ta có $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 g(x)dx = 2 + 5 = 7$.

Câu 23. [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \geq \log_3 2$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 1]$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Thuần

Ta có $\log_3(2x) \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; +\infty)$.

Câu 24. [Mức độ 2] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau ?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-1		3	$-\infty$

A. $y = \frac{x+2}{x}$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = -2x^2 + 1$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Thuần

Từ bảng biến thiên suy ra :

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$, suy ra loại phương án A, C.

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, suy ra loại phương án D.

Vậy chọn phương án B.

Câu 25. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxz có phương trình là

A. $x = 0$.

B. $z = 0$.

C. $x + y + z = 0$.

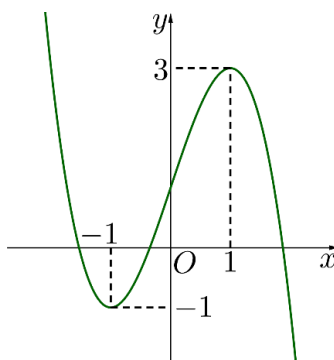
D. $y = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Mặt phẳng Oxz có phương trình là $y = 0$

Câu 26. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là 3.

Câu 27. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-2;3)$ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

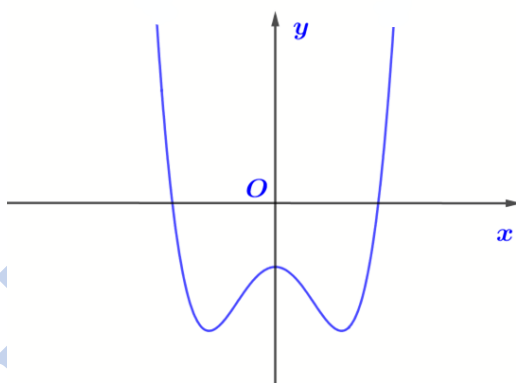
Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-2;3)$ có phương trình là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}.$$

Câu 28. [Mức độ 1] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Dieuptnguyen

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 29. [Mức độ 2] Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.C. $\frac{1}{2}$.**D. $\frac{5}{2}$.**

Lời giải

FB tác giả: Quang Phi

$$\text{Ta có } \log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2\log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 30. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$, $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Lời giải

FB tác giả: Quang Phi

Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là $(x_I; y_I; z_I)$.

Trong đó $x_I = \frac{5+1}{2} = 3$; $y_I = \frac{2+0}{2} = 1$; $z_I = \frac{1+1}{2} = 1$. Suy ra $I(3;1;1)$.

Ta có $\overline{IA} = (2;1;0)$, $IA = \sqrt{4+1+0} = \sqrt{5}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(3;1;1)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{5}$ nên có phương trình là $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 31. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Quang Phi

Mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) nhận $\vec{n} = (1;2;1)$ làm véc tơ chỉ

phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

Câu 32. [Mức độ 2] Biết đường thẳng $y = x-1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 . Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. -1 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

FB tác giả: Quang Phi

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x-1$ và đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ là

$$x-1 = \frac{-x+5}{x-2} \quad (1)$$

Với $x \neq 2$, phương trình $(1) \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = -x+5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = -x+5$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Đặt $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Khi đó $x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2$.

Câu 33. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng

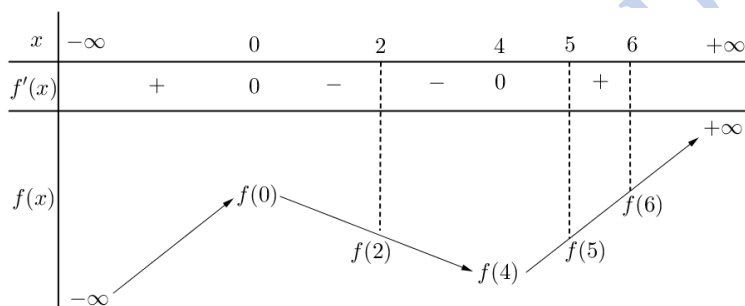
- A. $f(4) > f(0)$. B. $f(0) > f(2)$. C. $f(5) > f(6)$. D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$

Bảng biến thiên

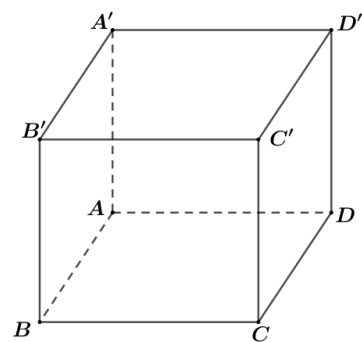


Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra là $f(0) > f(2)$ khẳng định đúng.

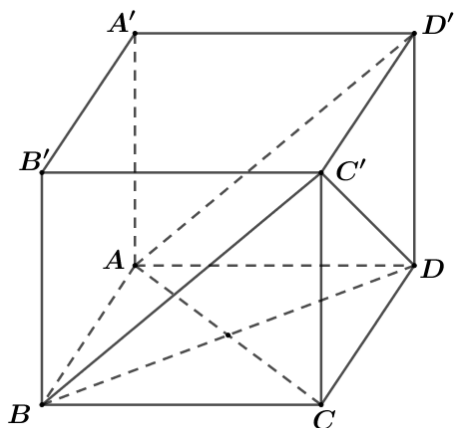
Câu 34. [Mức độ 3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$ (tham khảo như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt



Ta có $AD' // BC' \Rightarrow AD' // (BDC')$

$$\Rightarrow d(AD', DC') = d(AD', (BDC')) = d(A, (BDC')) = d(C, (BDC')).$$

$$\text{Mà } \frac{1}{d^2(C, (BDC'))} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (BDC')) = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(AD', DC') = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 35. [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{72}{143}$.

B. $\frac{15}{143}$.

C. $\frac{128}{143}$.

D. $\frac{71}{143}$.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^8 = 715$.

Gọi biến cố A: “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

$$\text{Ta có: } n(A) = C_{13}^4 - (C_5^4 + C_8^4) = 640.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{640}{715} = \frac{128}{143}.$$

Câu 36. [Mức độ 2] Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(3; 7)$.

B. $(-3; 0)$.

C. $(3; 0)$.

D. $(-3; 7)$.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Tú Toán Bmt

$$\text{Ta có: } z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + \sqrt{5}i \\ z_2 = 3 - \sqrt{5}i \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } M(3; \sqrt{5}) \text{ và } N(3; -\sqrt{5}).$$

Vậy trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(3; 0)$.

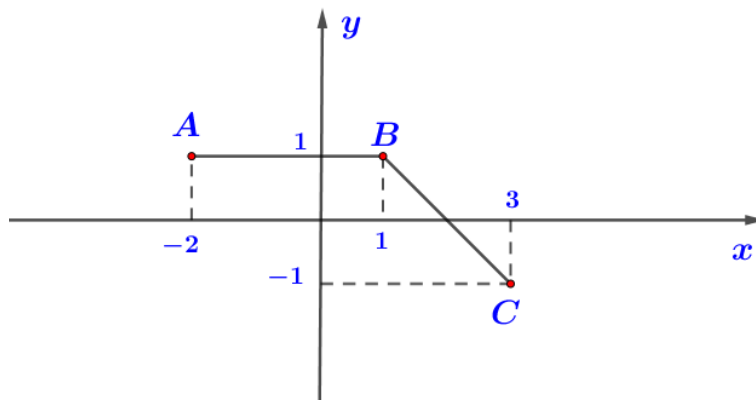
Câu 37. Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 3.



Lời giải

Ta có: $\int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

Đường thẳng AB có phương trình là: $y = 1.$

Đường thẳng BC đi qua $B(1;1); C(3;-1)$ nên có phương trình là: $y = -x + 2.$

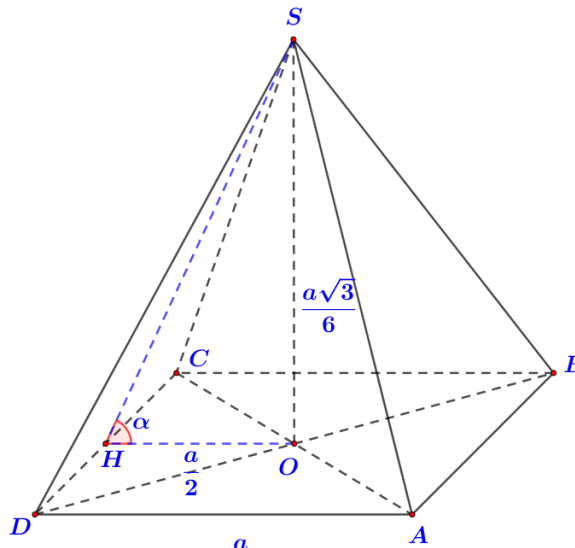
$$y = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 1 dx + \int_1^2 (-x + 2) dx + \int_2^3 (-x + 2) dx = 3.$$

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .B. 90° .C. 60° .D. 30° .

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$; H là trung điểm của CD .

Ta có: $CD \perp OH$; $CD \perp SO$ (vì $S.ABCD$ là hình chóp đều) nên $CD \perp (SHO)$.

$$\begin{cases} (SHO) \cap (SCD) = SH \\ (SHO) \cap (ABCD) = OH \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SH, OH) = SHO.$$

Xét tam giác SHO vuông tại H ta có: $\tan SHO = \frac{SO}{OH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SHO = 30^\circ$.

CÁCH 2 :

Gọi $O = AC \cap BD$; H là trung điểm của CD .

Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SC = SD \Rightarrow \triangle SCD$ cân tại $S \Rightarrow SH \perp CD$.

Lại có $ABCD$ là hình vuông nên $OH \perp CD$; $OH = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}a$.

Xét hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ có giao tuyến là CD , SH nằm trên (SCD) , OH nằm trên $(ABCD)$, OH và SH cùng vuông góc với CD nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc SHO .

Xét tam giác SHO vuông tại H ta có: $\tan SHO = \frac{SO}{OH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SHO = 30^\circ$.

Chọn đáp án D.

Câu 39. [Mức độ 3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$?

A. 728.

B. 726.

C. 725.

D. 729.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Có $7^x - 49 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 3^6 = 729 \end{cases}$$

Xét dấu:

x	0	2	3	729			
VT	0	-	0	+	0	-	0

Từ bảng xét dấu $\Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 3 < x < 729 \end{cases}$.

Vậy ta có 726 số thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 40. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$. Tích phân

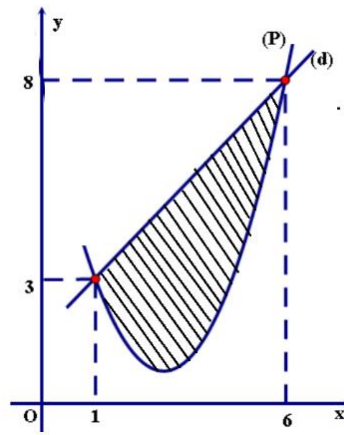
$$\int_1^6 (2x-5)f'(x)dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{830}{9}$

B. $\frac{178}{9}$

C. $\frac{340}{9}$.

D. $\frac{925}{18}$.

**Lời giải**

Đường thẳng (d) đi qua hai điểm (1;3) và (6;8).

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng (d): $y = x + 2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 2, y = f(x), x = 1, x = 6$ là:

$$S = \int_1^6 [(x+2) - f(x)] dx = \frac{55}{2} - \int_1^6 f(x) dx = \frac{125}{9} \Rightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{245}{18}.$$

$$\text{Ta có: } I = \int_1^6 (2x-5)f'(x) dx = \int_1^6 (2x-5)d(f(x)) = (2x-5)f(x)\Big|_1^6 - \int_1^6 2f(x) dx$$

$$I = 7f(6) + 3f(1) - 2\int_1^6 f(x) dx = 7 \cdot 8 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{245}{18} = \frac{340}{9}. \text{ Vậy: } I = \frac{340}{9}.$$

Chọn đáp án C

Câu 41. [Mức độ 3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3mx + \frac{5}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A. 16.

B. 6.

C. 17.

D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Bi Trần

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}; y' = -3x^2 + 6x - 3m$

+) Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 9m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

$$\text{Khi đó hai điểm cực trị của hàm số là } \begin{cases} x_2 = \frac{-3 - \sqrt{9-9m}}{-3} = 1 + \sqrt{1-m} \\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{9-9m}}{-3} = 1 - \sqrt{1-m} \end{cases}$$

+) Hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \leq -2 < x_2 < 5 \\ -2 < x_1 < 5 \leq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1 + \sqrt{1-m} < 5 \\ 1 - \sqrt{1-m} \leq -2 \\ -2 < 1 - \sqrt{1-m} < 5 \\ 1 + \sqrt{1-m} \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq \sqrt{1-m} < 4 \\ \sqrt{1-m} < 3 \\ \sqrt{1-m} \geq 4 \end{cases} (l) \Leftrightarrow 9 \leq 1-m < 16$$

$$\Leftrightarrow -15 < m \leq -8$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-14; -13; \dots; -8\}$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 42. [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(12; 14)$.

B. $(4; 6)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(6; 8)$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Tự Lực

Ta có: $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)) \Leftrightarrow f(x) \ln f(x) = xf(x) - xf'(x)$

$$\Leftrightarrow f(x) \ln f(x) + xf'(x) = xf(x) \Leftrightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} = x$$

$$\Leftrightarrow [x \ln f(x)]' = x \Rightarrow x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + C \quad (1).$$

Thế $x=1$ vào (1) ta được $\ln f(1) = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow 3 \ln f(1) = \frac{3}{2} + 3C$.

Thế $x=3$ vào (1) ta được $3 \ln f(3) = \frac{9}{2} + C$

Do $f(1) = f(3)$ nên $3 \ln f(1) = 3 \ln f(3)$. Suy ra

$$\frac{3}{2} + 3C = \frac{9}{2} + C \Leftrightarrow 2C = 3 \Leftrightarrow C = \frac{3}{2} \Rightarrow x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} \quad (2).$$

Thế $x=2$ vào biểu thức trên ta được

$$2 \ln f(2) = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \ln f(2) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow f(2) = e^{\frac{7}{4}} \approx 5,755 \in (4; 6)$$

Câu 43. Mức độ 4] Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6$ và $ab \leq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 3i| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. 3.

C. $3\sqrt{5}$.

D. $3 + 3\sqrt{2}$.

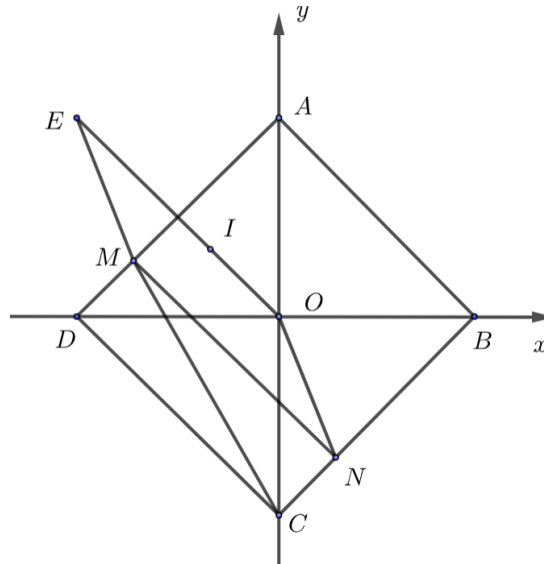
Lời giải

FB tác giả: Thủy Lưu

Với $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 6 \Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 6 \Leftrightarrow |a| + |b| = 3$.

Mà $ab \leq 0$ nên $M(a; b)$ biểu diễn số phức $z = a + bi$ thuộc cạnh AD, BC của hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $3\sqrt{2}$, với $A(0; 3), B(3; 0), C(0; -3), D(-3; 0)$.



Giả sử M, N lần lượt biểu diễn số phức z_1 và z_2 .

Ta có $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i} = k \ (k > 0) \Leftrightarrow z_1 - z_2 = k(-1 + i) \Rightarrow \overrightarrow{NM} = k\overrightarrow{OI}$; với $I(-1; 1)$.

Có: $\overrightarrow{OI} = h\overrightarrow{BA} \ (h > 0) \Rightarrow \overrightarrow{NM} = k.h\overrightarrow{BA}$; $kh > 0$.

Suy ra N thuộc cạnh BC , M thuộc cạnh AD và $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{BA}$.

Ta có $|z_1 + 3i| + |z_2| = MC + ON = MC + ME \geq EC$. (Với E là đỉnh của hình bình hành $MNOE$)

Trong đó $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{BA} = (-3; 3) \Rightarrow E(-3; 3)$.

Suy ra $EC = 3\sqrt{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 3i| + |z_2|$ bằng $3\sqrt{5}$.

Câu 44. [Mức độ 3] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{4}$.

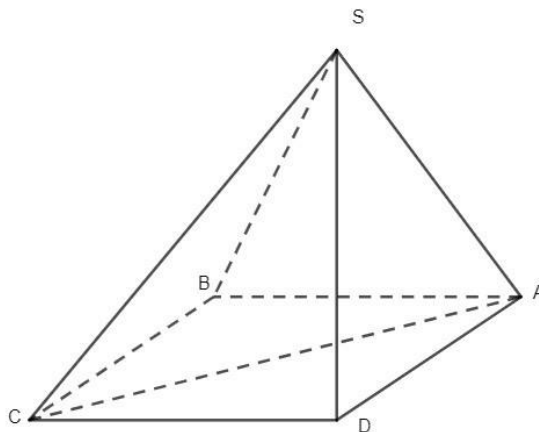
B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

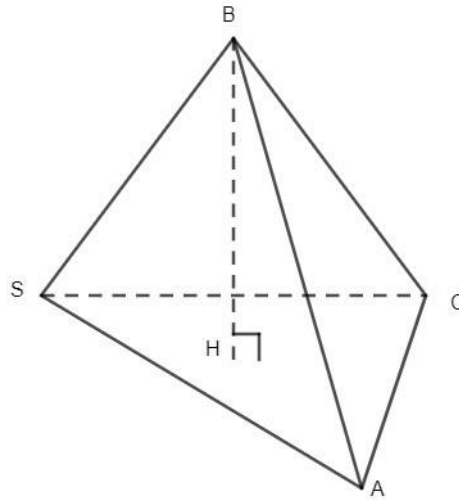
FB tác giả: Đào Nguyễn



Ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$.

Gọi H là hình chiếu của B trên $mp(SAC)$.

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SB trên $mp(SAC)$.



Suy ra góc giữa SB và (SAC) là góc giữa SB và SH , cũng là góc BSH .

Xét $\triangle BSH$ vuông tại H có $SB = a$, $BSH = 30^\circ \Rightarrow BH = SB \cdot \sin BSH = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$.

Tam giác SAC là tam giác đều cạnh a nên có diện tích $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $V_{B.SAC} = \frac{1}{3} BH \cdot S_{\triangle SAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 45. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 1-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

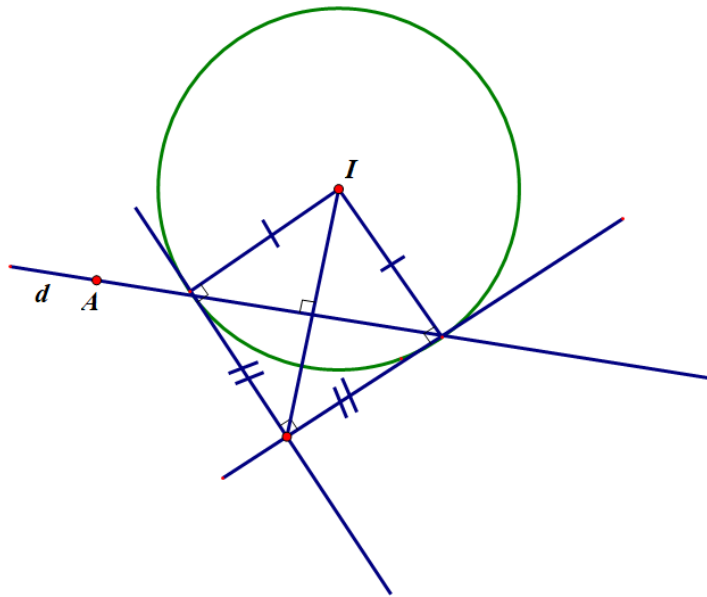
B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

C. $\left(7; \frac{15}{2}\right)$.

D. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Ánh Hồng



+) Ta có: Mặt cầu $(S): \begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 2 \end{cases}$ và điểm $A(1; 0; -2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IA} = (0; 2; -1) \Rightarrow IA = \sqrt{5} > R \Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.

+) Mặt khác: $\vec{u} = (1; a; 1-a)$ và $[\overrightarrow{IA}, \vec{u}] = (2-a; -1; -2)$.

Yêu cầu đề bài:

$$\Rightarrow d_{(I,d)} = \frac{R\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5+(2-a)^2}}{\sqrt{1+a^2+(1-a)^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{5}{3}.$$

Câu 46. [Mức độ 3] Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số $(a; b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2| = 2$ và $|z_2 + 1 - 4i| = 4$?

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thêm

Phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ (1). Có: $\Delta = a^2 - 4b$.

Trường hợp 1: $\Delta > 0$.

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 là các nghiệm thực ($z_1 = m; z_2 = n; m \neq n; m, n \in \mathbb{R}$).

$$* |z_1 - 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 0 \\ z_1 = 4 \end{cases}.$$

$$* |z_2 + 1 - 4i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(n+1)^2 + 16} = 4 \Leftrightarrow n = -1 \Leftrightarrow z_2 = -1.$$

$$\text{Với } \begin{cases} z_1 = 0 \\ z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Với } \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Trường hợp 2: $\Delta < 0$.

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 và $z_2 = \overline{z_1}$.

Đặt $z_1 = x + yi \Rightarrow z_2 = x - yi; x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Có: } \begin{cases} |z_1 - 2| = 2 \\ |z_2 + 1 - 4i| = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4 \\ (x+1)^2 + (y+4)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x + 8y + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y + 1 = 0 \quad (d) \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \quad (C) \end{cases}, (I). \end{aligned}$$

Mặt khác: (C) có tâm $I(2;0), R=2$ và $d(I, d) = \frac{13}{10} < R \Rightarrow$ Hệ (I) có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ có 2 cặp $(a; b)$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 4 cặp số (a, b) .

Câu 47. [Mức độ 4] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị của $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5)$. Số phần tử của tập S là

A. 7.

B. 1.

C. 8.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Thượng Đàm

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 > 0 \\ x^3 - 6x^2 + 9x + y > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_2(-x^2 + 6x - 5) \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x + y = 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)}$$

$$\Leftrightarrow y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)}$$

$$y' = -3x^2 + 12x - 9 + \frac{2x + 6}{(-x^2 + 6x - 5) \ln 2} 3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)} \cdot \ln 3$$

$$y' = -(x-3) \left[3(x-1) + \frac{3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)} \cdot \ln 3}{(-x^2 + 6x - 5) \ln 2} \right]$$

$$\text{Với } x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right], \text{ ta có } 3(x-1) > 0; \frac{3^{\log_2(-x^2 + 6x - 5)} \cdot \ln 3}{(-x^2 + 6x - 5) \ln 2} > 0. \text{ Do đó, } y' = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	
y'		$+$	0	$-$
y			9	

$-0,9$ $\nearrow$ 9 $\searrow$ $-7,7$

Mà $y \in \mathbb{Z}$, từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\begin{cases} y = 9 \\ -7 \leq y \leq -1 \end{cases}$.

Vậy tập S có 8 giá trị.

Câu 48. [Mức độ 3] Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A. $2\sqrt{3}\pi$.

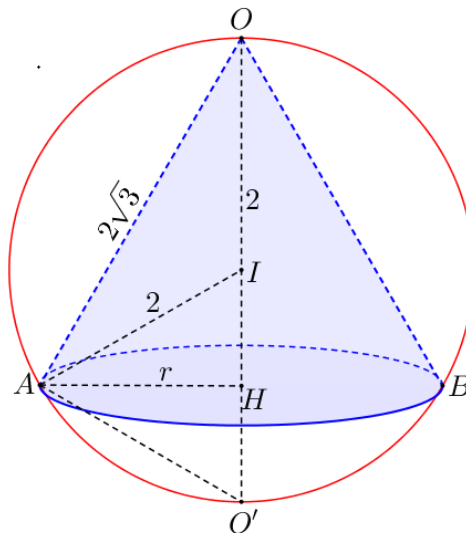
B. 3π .

C. $6\sqrt{3}\pi$.

D. π .

Lời giải

FB tác giả: Vũ Việt Tiến



Gọi OO' là đường kính. Khi đó tam giác OAO' vuông tại A , đường cao $AH \perp OO'$ tại H

$$+ O'A = \sqrt{4^2 - OA^2} \Rightarrow O'A = 2.$$

$$+ \text{Ta có } AH.OO' = OA.AO' \Leftrightarrow r.4 = 2.2\sqrt{3} \Leftrightarrow r = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3.$$

$$+ \text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}.OH.\pi.r^2 = \frac{1}{3}.3.\pi.3 = 3\pi.$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 6.

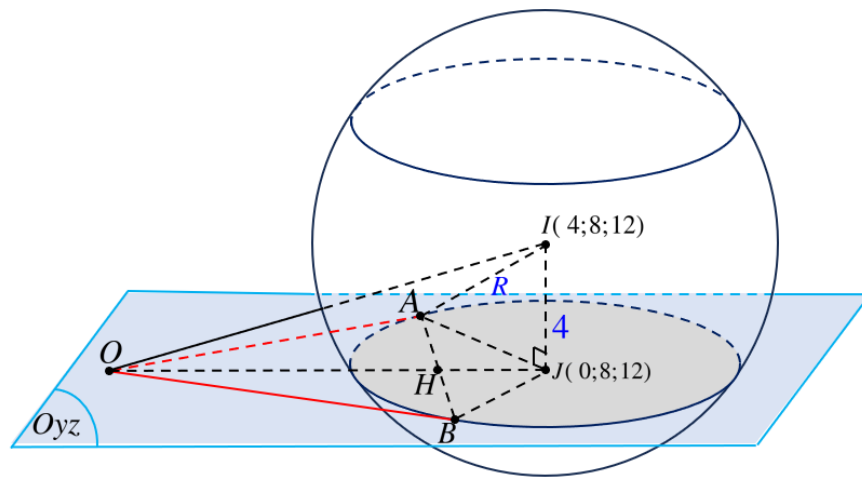
B. 2.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thêm



TH1 : (S) tiếp xúc với (Oyz) tại O $\Rightarrow R = OI = 4\sqrt{14} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ Loại.

TH2 : (S) cắt (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn (C)

$$+) OJ^2 = 208$$

$$+) JA^2 = R^2 - 16$$

$$+) AB^2 = 4AH^2 = 4\left(\frac{OA \cdot JA}{OJ}\right)^2 = \frac{OA^2 \cdot JA^2}{52} \Rightarrow \frac{AB^2}{OA^2} = \frac{R^2 - 16}{52}$$

$$+) \cos AOB = \frac{2OA^2 - AB^2}{2OA^2} = 1 - \frac{AB^2}{2OA^2} = \frac{120 - R^2}{104}$$

$$+) \text{ Góc giữa hai đường thẳng } OA, OB \in [60^\circ; 90^\circ]$$

$$\Leftrightarrow 60^\circ \leq AOB \leq 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{120 - R^2}{104} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -52 \leq 120 - R^2 \leq 52$$

$$\Leftrightarrow 68 \leq R^2 \leq 172$$

$$\Rightarrow R \in \{9; 10; 11; 12; 13\}.$$

Câu 50. [Mức độ 4] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $[-3; 2]$ của phương trình $f(x^2 + 2x + 3) = m$ bằng -4 ?

A. 145.

B. 142.

C. 144.

D. 143.

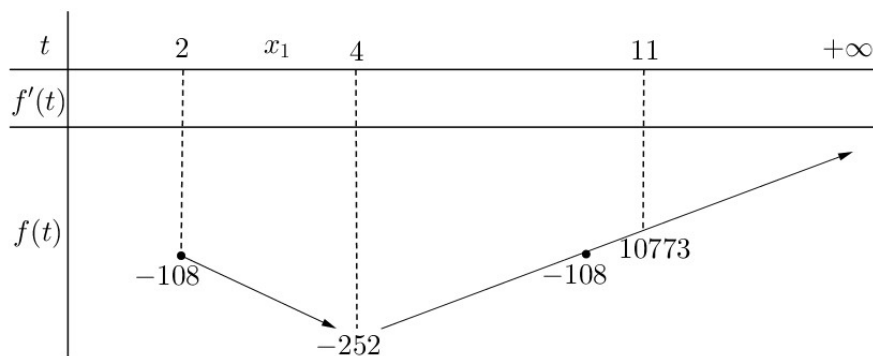
Lời giải

FB tác giả:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 64x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 2x + 3. \text{ Với } x \in [-3; 2] \Rightarrow t \in [2; 11].$$

Xét $y = f(t)$ với $t \in [2; 11]$, ta có bảng biến thiên:



Nhận xét: Phương trình $f(t) = m$ có một nghiệm t_0 , tức là $x^2 + 2x + 3 = t_0$ (1) thì hiển nhiên tổng hai nghiệm của (1) luôn bằng -2 và (1) có hai nghiệm phân biệt khi $t_0 > 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(2; 11)$

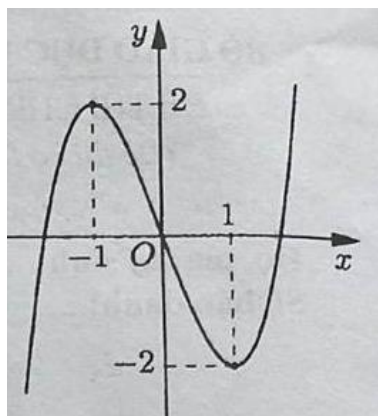
$\Leftrightarrow -252 < m < -108$. Do $m \in \mathbb{Z}$, vậy có tất cả 143 giá trị nguyên của m thỏa mãn.



ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
MÔN TOÁN, MÃ 102
THỜI GIAN: 90 PHÚT

TỔ 2

- Câu 1.** [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?
A. $-2+2i$. **B.** $2-2i$. **C.** $2i$. **D.** $2+2i$.
- Câu 2.** [2D3-1.1-1] Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int x^5 dx = 5x^4 + C$. **B.** $\int x^5 dx = x^6 + C$.
C. $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$. **D.** $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C$.
- Câu 3.** [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ thì $2 \int_1^4 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 8.
- Câu 4.** [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > \log_2 5$ là:
A. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \frac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **D.** $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.
- Câu 5.** [2D2-3.2-1] Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng
A. $1 - \log_7 a$. **B.** $1 + \log_7 a$. **C.** $1 + a$. **D.** a .
- Câu 6.** [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $24a^3$.
- Câu 7.** [2D3-2.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng
A. 9. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 8.** [2H1-3.4-1] Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và có chiều cao h bằng
A. $\frac{V}{h}$. **B.** $\frac{3V}{h}$. **C.** $\frac{V}{3h}$. **D.** Vh .
- Câu 9.** [2D1-1.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 10.** [2D2-4.2-1] Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là
A. $y' = -\frac{1}{\ln 3}$. **B.** $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$. **C.** $y' = \frac{1}{(x+1)}$. **D.** $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.
- Câu 11.** [1D2-2.1-2] Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$?
A. 18. **B.** 216. **C.** 20. **D.** 120.
- Câu 12.** [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



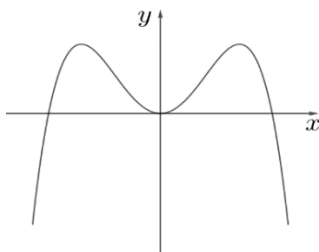
Điểm cực tiểu của hàm số là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 13. [2D2-6.1-2] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

- A.** $[-3; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-3; +\infty)$.

Câu 14. [2D1-5.1-2] Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 15. [2D1-4.3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.** $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 16. [2D2-1.3-2] Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ là

- A.** a^5 . **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2 .

Câu 17. [2H2-1.2-1] Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A.** $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $4a$.

Câu 18. [2H2-1.2-1] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** $8\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $14\pi a^2$.

Câu 19. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A.** $(0;0;1)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;3;0)$.

Câu 20. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; 5; 0)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 21. [2D4-1.1-1] Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $-i$. B. 2 . C. $1-i$. D. $1+i$.

Câu 22. [2D1-5.4-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và trục hoành là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 23. [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$.

Câu 24. [2D1-2.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 25. [2D4-2.1-2] Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. $-3 + 2i$. B. $2 + 4i$. C. $2 - 3i$. D. $3 - 2i$.

Câu 26. [2D3-1.1-2] Cho hàm số $f(x) = 1 + 2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$.

Câu 27. [2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; -1; 2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 3; -2)$ là

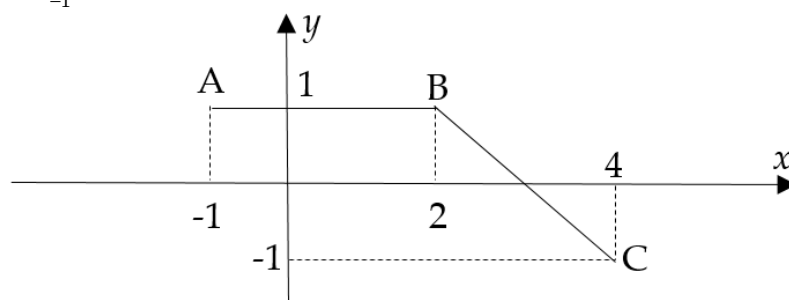
- A. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 28. [1D3-4.1-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2, u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. 4. B. -6. C. $\frac{1}{4}$. D. 6.

Câu 29. [2D3-2.1-2] Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn

$[-1; 4]$. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng



- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 3. D. 4.

Câu 30. [2D1-1.1-2] Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 31. [1H3-2.3-2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

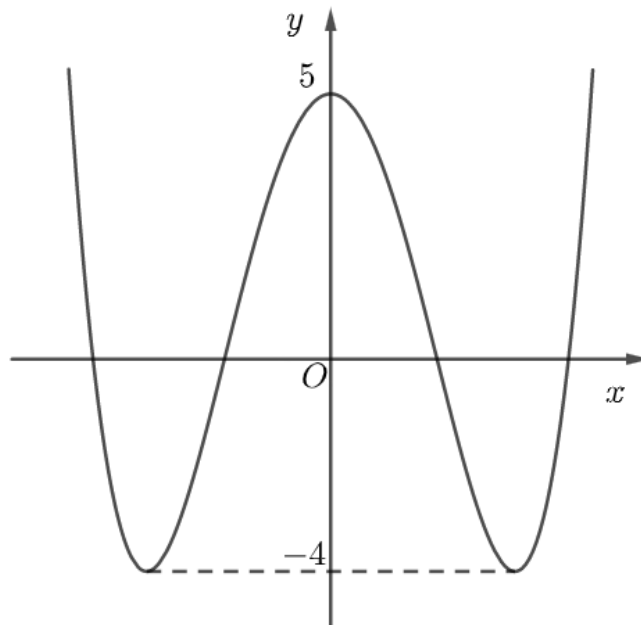
Câu 32. [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 33. [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

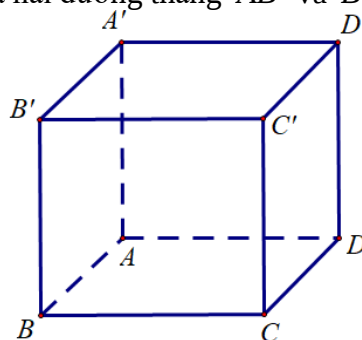
- A. 4. B. 16. C. 17. D. 8.



Câu 34. [2H3-1.3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 0; 5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

- A. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$. B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$.
C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$. D. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$.

Câu 35. [1H3-5.4-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng.



- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Câu 36. [2D2-4.1-2] Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 11. B. 5. C. 6. D. 10.

Câu 37. [2D4-2.3-2] Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$. Môđun của z bằng

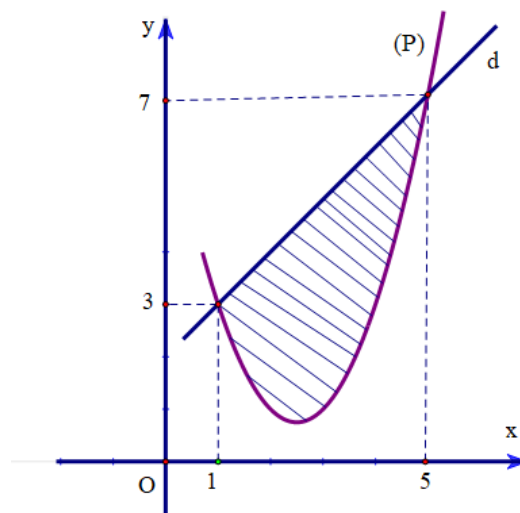
- A. 5. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 38. [1D2-5.2-2] Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số đó có tổng hai chữ số bằng 8 là

- A. $\frac{4}{81}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{7}{81}$. D. $\frac{8}{81}$.

Câu 39. [2D3-2.1-3] Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) có diện tích $S = \frac{32}{3}$.

Tính tích phân và $\int_1^5 (2x - 5) f'(x) dx$.



- A. $\frac{104}{3}$. B. $\frac{76}{3}$. C. $\frac{22}{3}$. D. $\frac{188}{3}$.

Câu 40. [2D1-2.4-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 6)$.

- A. 24. B. 25. C. 26. D. 23.

Câu 41. [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^x - 27)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10) < 0$?

- A. 242. B. 235. C. 233. D. 238.

Câu 42. [2H3-1.3-3] Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 4-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây.

- A. $\left(8; \frac{17}{2}\right)$. B. $\left(25; \frac{51}{2}\right)$. C. $\left(\frac{23}{2}; 12\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 43. [2H2-1.2-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Xét hình nón N có đáy nằm trên mặt phẳng $ABCD$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D' . Khi bán kính đáy của N bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của N bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$.

B. $8\sqrt{3}\pi$.

C. $8\sqrt{6}\pi$.

D. $4\sqrt{2}\pi$.

Câu 44. [2D4-5.2-4] Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và $a, b \geq 0$. Xét z_1, z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - 2i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 45. [2D4-4.1-3] Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| = 2$ và $|z_2 - 3 + 2i| = 4$?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 46. [2H1-3.2-3] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6.

B. 18.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $18\sqrt{3}$.

Câu 47. [2D2-5.5-4] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$. Số phần tử của S bằng

A. 8.

B. 7.

C. 3.

D. 1.

Câu 48. [2D3-2.4-4] Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(8; 10)$.

C. $(6; 8)$.

D. $(13; 15)$.

Câu 49. [2H3-3.7-4] Trong không gian Oxyz, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3, 7, 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 11.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Câu 50. [2D1-5.3-4] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4; 1)$ của phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ bằng -8 ?

A. 63.

B. 65.

C. 62.

D. 64.

----- HẾT -----



TỔ 2

HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.B	6.B	7.C	8.A	9.D	10.B
11.D	12.A	13.B	14.D	15.D	16.D	17.B	18.C	19.B	20.A
21.A	22.B	23.C	24.A	25.A	26.B	27.C	28.A	29.C	30.B
31.C	32.B	33.C	34.A	35.A	36.A	37.C	38.C	39.B	40.A
41.B	42.C	43.B	44.C	45.C	46.B	47.B	48.C	49.C	50.A

Câu 1. [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-2+2i$.

B. $2-2i$.

C. $2i$.

D. $2+2i$.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$M(-2;2)$. Vậy số phức biểu diễn điểm M là $z = -2 + 2i$

Câu 2. [2D3-1.1-1] Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5 dx = 5x^4 + C$.

B. $\int x^5 dx = x^6 + C$.

C. $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$.

D. $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + C$.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$$\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$$

Câu 3. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ thì $2 \int_1^4 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 12.

D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$$2 \int_1^4 f(x) dx = 2.6 = 12$$

Câu 4. [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > \log_2 5$ là:

A. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

B. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$$\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 0 \\ 3x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$

Câu 5. [2D2-3.2-1] Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

A. $1 - \log_7 a$.

B. $1 + \log_7 a$.

C. $1 + a$.

D. a .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$$

Câu 6. [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

C. $18a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\text{Thể tích của khối chóp đó là } V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.9a^2.2a = 6a^3.$$

Câu 7. [2D3-2.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 9.

B. -3.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hải Thu

$$\int_1^3 f(x)dx = F(x)\Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 6 - 3 = 3.$$

Câu 8. [2H1-3.4-1] Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và có chiều cao h bằng

A. $\frac{V}{h}$.

B. $\frac{3V}{h}$.

C. $\frac{V}{3h}$.

D. Vh .

Lời giải

$$\text{Gọi diện tích đáy của khối lăng trụ là } B \text{ thì thể tích } V \text{ của khối lăng trụ đó là } V = Bh \\ \Rightarrow B = \frac{V}{h}.$$

Câu 9. [2D1-1.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

$$\text{Ta thấy } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0. \text{ Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 0)$$

Câu 10. [2D2-4.2-1] Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là

A. $y' = -\frac{1}{\ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{1}{(x+1)}$.

D. $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

$$\text{Đạo hàm của hàm số } y = \log_3(x+1) \text{ là } y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}.$$

Câu 11. [1D2-2.1-2] Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$?

A. 18.

B. 216.

C. 20.

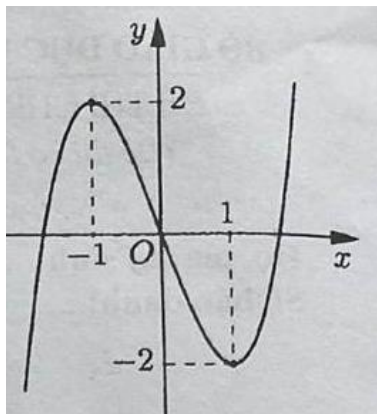
D. 120.

Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

$$\text{Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập } A \text{ là số các chỉnh hợp chập 3 của } A \text{ là } A_6^3 = 120.$$

Câu 12. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

FB tác giả: giaonguyen

Câu 13. [2D2-6.1-2] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

A. $[-3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có

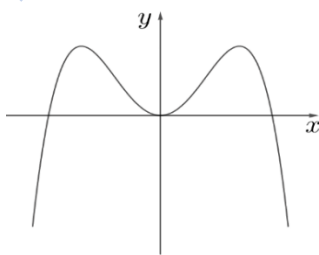
$$2^x \geq 8 \Leftrightarrow 2^x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là $[3; +\infty)$.

Chọn đáp án B.

FB tác giả: Đỗ Hòa

Câu 14. [2D1-5.1-2] Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

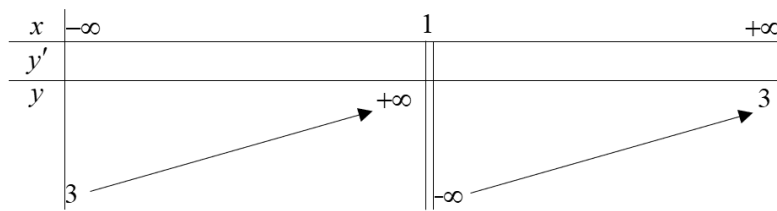
Lời giải

Đồ thị hàm số có dạng của hàm số trùng phương nên loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án D.

FB tác giả: Đỗ Hòa

Câu 15. [2D1-4.3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$.

B. $x = -3$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hòa

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = 1$.

Câu 16. [2D2-1.3-2] Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ là

A. a^5 .

B. $a^{\frac{5}{9}}$.

C. $a^{\frac{4}{3}}$.

D. a^2 .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hòa

Ta có $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5+1}{3}} = a^2$

Câu 17. [2H2-1.2-1] Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $2a$.

C. $\sqrt{10}a$.

D. $4a$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng

Bán kính đáy: $r = a$; chiều cao: $h = \sqrt{3}a$

Độ dài đường sinh của hình nón là: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{3}a)^2} = 2a$

Câu 18. [2H2-1.2-1] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\pi a^2$.

B. $7\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$.

D. $14\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng

Bán kính đáy: $r = a$; chiều cao: $h = 3a$

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh = 2\pi \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2$

Câu 19. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 0; 1)$.

B. $(-2; 0; 0)$.

C. $(0; 3; 1)$.

D. $(0; 3; 0)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2; 0; 0)$

Câu 20. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 5; 0)$.

B. $(0; 3; 0)$.

C. $(0; -1; 0)$.

D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Mộng

Gọi $M(0; a; 0)$ là giao điểm của (P) với trục Oy

$$M \in (P) \text{ nên } \frac{0}{3} + \frac{a}{5} + \frac{0}{2} = 1 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow M(0; 5; 0)$$

Câu 21. [2D4-1.1-1] Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $-i$.

B. 2 .

C. $1-i$.

D. $1+i$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Số thuần ảo có phần thực bằng 0

Câu 22. [2D1-5.4-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và trục hoành là

A. 3 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 0 .

Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy có hai giao điểm.

Câu 23. [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

Phương trình của (S) là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ Câu 24. [2D1-2.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2 .

B. 0 .

C. 3 .

D. 1 .

Lời giải

FB tác giả: Mai Đình Kế

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Các nghiệm này là các nghiệm đơn nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 25. [2D4-2.1-2] Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

A. $-3 + 2i$.

B. $2 + 4i$.

C. $2 - 3i$.

D. $3 - 2i$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

$$\text{Ta có: } z_1 z_2 = (2 + 3i)i = -3 + 2i$$

Câu 26. [2D3-1.1-2] Cho hàm số $f(x) = 1 + 2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (1 + 2\cos 2x) dx = x + \sin 2x + C$$

Câu 27. [2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; -1; 2)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (4; 3; -2)$ là

A. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

B. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

Từ giả thiết ta có phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$

Câu 28. [1D3-4.1-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2, u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 4.

B. -6.

C. $\frac{1}{4}$.

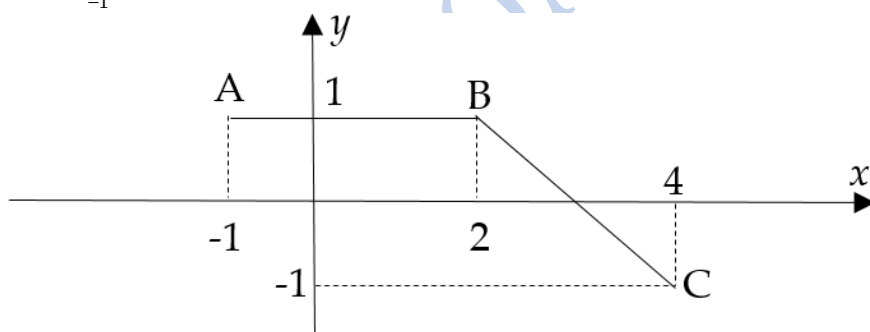
D. 6.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng

Ta có: Công bội của cấp số nhân đã cho là: $q = \frac{u_2}{u_1} = 4$

Câu 29. [2D3-2.1-2] Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 4]$. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng



A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Đức Hạnh

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-1; 2) \\ -x+3, & x \in [2; 4] \end{cases}$

Vậy $\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^2 1 dx + \int_2^4 (-x+3) dx = 3 + 0 = 3$

Câu 30. [2D1-1.1-2] Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Đức Hạnh

Chọn D.

Ta có: Tập xác định $D = \mathbb{R}$

- Tính: $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

- Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

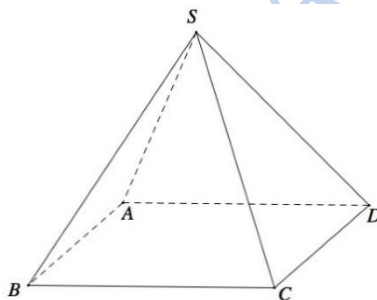
The graph shows a W-shaped curve with arrows indicating the direction of the segments. The curve starts at $+\infty$ for $x \rightarrow -\infty$, descends to a local minimum at $x = -1$ with $f(x) = -1$, ascends to a local maximum at $x = 0$ with $f(x) = 0$, descends to another local minimum at $x = 1$ with $f(x) = -1$, and finally ascends to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Dựa vào bảng ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

- Câu 31.** [1H3-2.3-2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Phương Thu



Hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a

Suy ra: $\triangle SAB$ đều và $CD \parallel AB$

$$\Rightarrow (SB, CD) = (SB, AB) = \angle SBA = 60^\circ$$

- Câu 32.** [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Phương Thu

Ta có: mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}(2; 3; 1)$

Suy ra: Đường thẳng vuông góc với (P) nhận $\vec{n}(2; 3; 1)$ là vectơ chỉ phương

Vậy đường thẳng đi qua $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

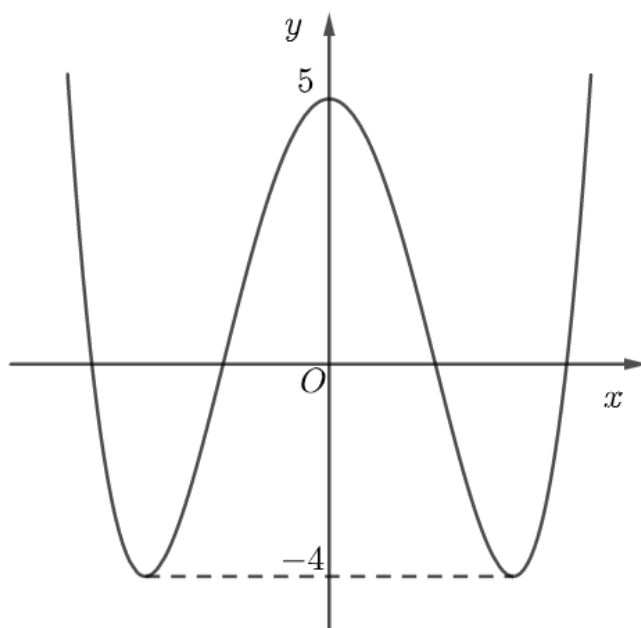
Câu 33. [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 16.

C. 17.

D. 8.



Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Ta có $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = \frac{m}{2}$. Từ đồ thị, (1) có 4 nghiệm phân biệt khi $-4 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow -8 < m < 10$

Có 17 giá trị của m thỏa bài toán.

Câu 34. [2H3-1.3-2] Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$.B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$.C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$.D. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$.

Lời giải

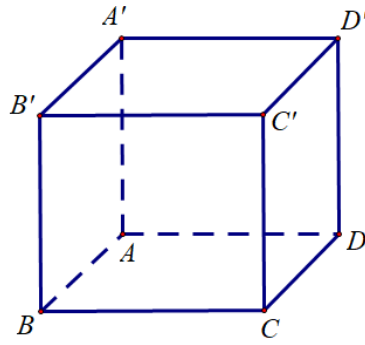
FB tác giả: Long Danh

Mặt cầu đường kính AB nhận trung điểm I của AB là tâm, bán kính $R = \frac{AB}{2}$

Ta có $I(0,1,4)$ và $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2 + (5-3)^2}}{2} = \sqrt{3}$

Phương trình mặt cầu $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$

Câu 35. [1H3-5.4-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2, AA'=3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng.



A. $\frac{6}{7}$.

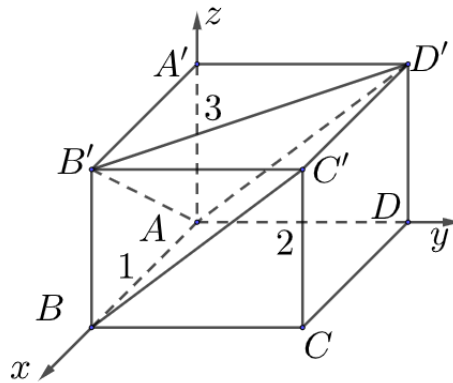
B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. $\frac{7}{6}$.

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Facebook tác giả: Nguyễn Trung Việt

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Suy ra $A(0;0;0), B(0;1;0), D'(0;2;3), B'(1;0;3)$.

Mặt phẳng $(AB'D')$ $\begin{cases} \text{qua } A(0;0;0) \\ \text{VTPT: } \vec{n} = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (6; 3; -2) \end{cases}$

Phương trình $(AB'D')$: $6x + 3y - 2z = 0$.

Ta có $BC' \parallel AD' \Rightarrow d[AB'; BC'] = d[BC'; (AB'D')] = d[B; (AB'D')] = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{6}{7}$.

Câu 36. [2D2-4.1-2] Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

Facebook tác giả: Nguyễn Trung Việt

Lời giải

Điều kiện xác định $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{30} < x < \sqrt{30}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-5; -4; -3; \dots; 5\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên x trong tập xác định.

Câu 37. [2D4-2.3-2] Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$. Môđun của z bằng

A. 5.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Gọi số phức z có dạng $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có

$$z - 2\bar{z} = 1 + 6i \Leftrightarrow a + bi - 2(a - bi) = 1 + 6i \Leftrightarrow -a + 3bi = 1 + 6i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z = -1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

Câu 38. [1D2-5.2-2] Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số đó có tổng hai chữ số bằng 8 là

A. $\frac{4}{81}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{7}{81}$.

D. $\frac{8}{81}$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

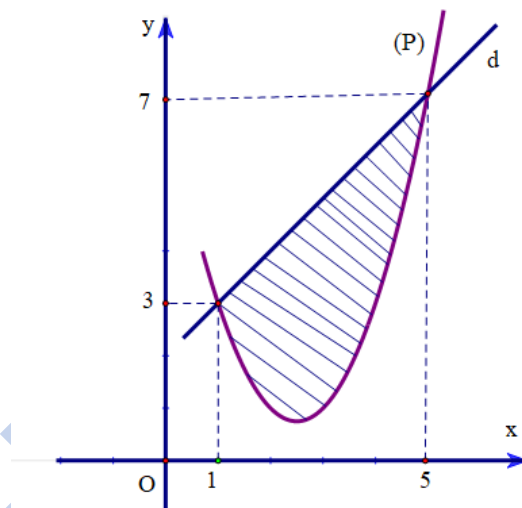
Có $9 \cdot 9 = 81$ số có 2 chữ số khác nhau.

Có 7 số có tổng 2 chữ số bằng 8 là 80; 17; 71; 26; 62; 53; 35

Xác suất cần tìm là $P = \frac{7}{81}$

Câu 39. [2D3-2.1-3] Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) có diện tích $S = \frac{32}{3}$.

Tính tích phân và $\int_1^5 (2x - 5) f'(x) dx$.



A. $\frac{104}{3}$.

B. $\frac{76}{3}$.

C. $\frac{22}{3}$.

D. $\frac{188}{3}$.

Lời giải

Fb tác giả: Hiếu Học

Chọn B

Từ đồ thị ta có: $f(1) = 3, f(5) = 7$.

Gọi $d: y = ax + b$.

Ta có:

$$\begin{cases} A(1, 3) \in d \\ B(5, 7) \in d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 5a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d: y = x + 2.$$

$$S = \int_1^5 (x+2-f(x))dx = \int_1^5 (x+2)dx - \int_1^5 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{3} = 20 - \int_1^5 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int_1^5 f(x)dx = \frac{28}{3}$$

$$\text{Xét } I = \int_1^5 (2x-5)f'(x)dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x-5 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$I = (2x-5)f(x) \Big|_1^5 - 2 \int_1^5 f(x)dx$$

$$= 5f(5) + 3f(1) - 2 \int_1^5 f(x)dx$$

$$= 5 \cdot 7 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{28}{3} = \frac{76}{3}$$

Câu 40. [2D1-2.4-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$.

A. 24.

B. 25.

C. 26.

D. 23.

Lời giải

Fb tác giả: Hiếu Học

Chọn A.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2x - m.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = x^2 - 2x$$

$$\text{Đặt } g(x) = x^2 - 2x$$

$$g(x) = x^2 - 2x \Rightarrow g'(x) = 2x - 2.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

BBT:

x	$-\infty$	0	1		6	$+\infty$
$g'(x)$		-	-	0	+	+
$g(x)$	$+\infty$			0		$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$
 -1 24

Từ BBT ta có:

Hàm số có đúng 1 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m < 24. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;\dots;23\}$$

Có 24 số nguyên m .

Câu 41. [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^x - 27)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10) < 0$?

A. 242.

B. 235.

C. 233.

D. 238.

Lời giải

FB tác giả: Quỳnh Đặng

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3^x - 27 > 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 27 \\ 2 < \log_3 x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 9 < x < 243 \end{cases} \Leftrightarrow 9 < x < 243$$

Mà x nguyên nên $x \in \{10; 11; \dots; 242\} \Rightarrow$ có 233 số nguyên x .

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3^x - 27 < 0 \\ \log_3^2 x - 7\log_3 x + 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x < 27 \\ \log_3 x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 243 \end{cases} \Leftrightarrow x < 3 \text{ mà } x > 0 \text{ nên } 0 < x < 3$$

Vì x nguyên nên $x \in \{1; 2\} \Rightarrow$ có 2 nguyên x .Vậy tất cả có 235 số nguyên x thỏa mãn bài ra.

Câu 42. [2H3-1.3-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 4-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây.

A. $\left(8; \frac{17}{2}\right)$.

B. $\left(25; \frac{51}{2}\right)$.

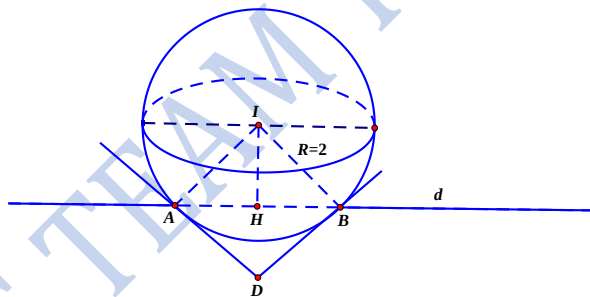
C. $\left(\frac{23}{2}; 12\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Fb tác giả: Hiếu Nguyễn

Ta có:



$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4 \text{ có } (S): \begin{cases} I(1; -2; -1) \\ R = 2 \end{cases}$$

Đường thẳng d đi qua $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 4-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương

$$\Rightarrow (d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = at \\ z = -2 + (4-a)t \end{cases}$$

$$\vec{IA} = (0; 2; -1)$$

$$\vec{u} = (1; a; 4-a) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{2a^2 - 8a + 17}$$

$$[\vec{IA}, \vec{u}] = (8-a; -1; -2) \Rightarrow \|\vec{IA}, \vec{u}\| = \sqrt{a^2 - 16a + 69}$$

Giả sử đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng tiếp diện lần lượt tại A và $B \Rightarrow ((P), (Q)) = 90^\circ$.

$(P) \cap (Q) = d_1$. Gọi D là hình chiếu của I xuống d_1 .

Dễ thấy $(IAB) \perp d_1$ mà $ID \perp d_1 \Rightarrow D \in (IAB)$

+) Vì $(IAB) \perp d_1 \Rightarrow ADB = ((P), (Q)) = 90^\circ$.

Nên suy ra tứ giác $AIBD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Gọi H là trung điểm AB .

$$\Rightarrow IH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Mà $IH = d(I; (d))$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = \frac{|\vec{IA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2 - 16a + 69}}{\sqrt{2a^2 - 8a + 17}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 - 16a + 69 = 2(2a^2 - 8a + 17)$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 35 = 0 \Leftrightarrow a^2 = \frac{35}{3} \approx 11,66667$$

Câu 43. [2H2-1.2-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Xét hình nón N có đáy nằm trên mặt phẳng $ABCD$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D' . Khi bán kính đáy của N bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của N bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$.

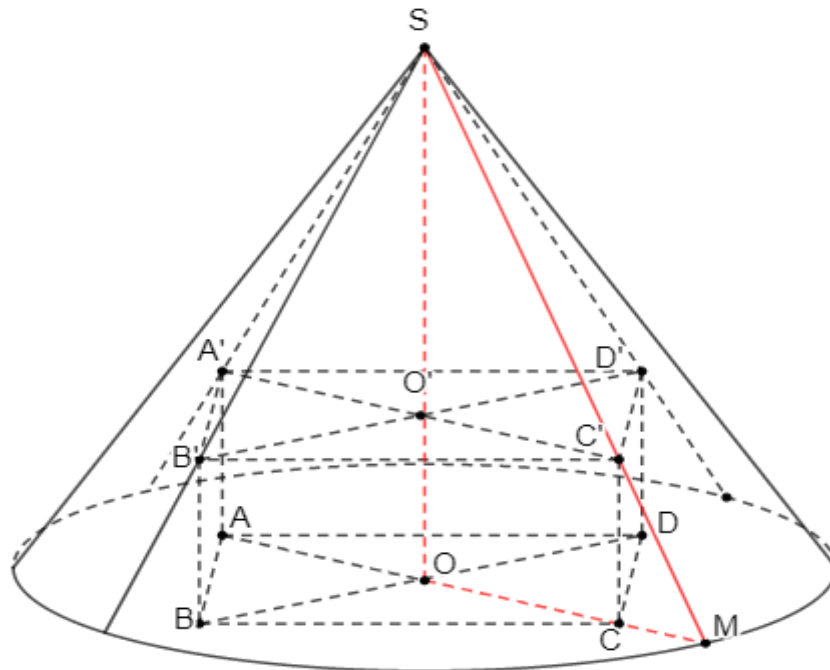
B. $8\sqrt{3}\pi$.

C. $8\sqrt{6}\pi$.

D. $4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Vũ



Vì mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D' nên $O'O$ trùng với đường cao của hình nón. Ta có $O'C' \parallel OM$,

Theo định lí Ta Let $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'C'}{OM}$ hay $\frac{SO'}{SO' + 2} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow SO' = 2 \Rightarrow SO = 4$.

Tam giác SOM vuông tại O nên $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 2\sqrt{6}$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3}\pi$

Câu 44. [2D4-5.2-4] Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$ và

$a, b \geq 0$. Xét z_1, z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$|z_1| + |z_2 - 2i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

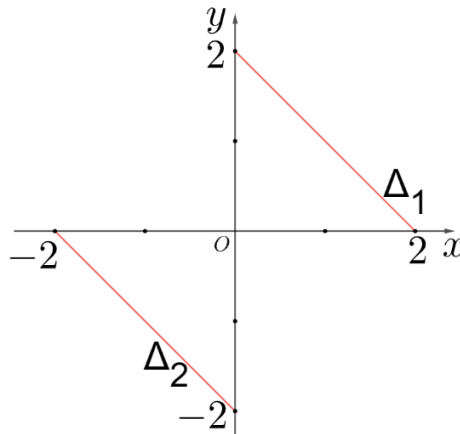
FB tác giả: Phan Thanh Lộc

Ta có: $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$

$$\Leftrightarrow |a + bi + a - bi| + |a + bi - (a - bi)| = 4$$

$$\Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 4$$

$$\Leftrightarrow |a| + |b| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 & \text{khi } a \geq 0, b \geq 0 \ (\Delta_1) \\ -a - b = -2 & \text{khi } a \leq 0, b \leq 0 \ (\Delta_2) \end{cases}$$



Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z_1 , N là điểm biểu diễn của số phức z_2 .

Ta có: $\frac{z_1 - z_2}{1 + i}$ là số thực dương

$$\Rightarrow \frac{z_1 - z_2}{1 + i} = k \ (k > 0)$$

$$\Rightarrow z_1 - z_2 = k(1 + i)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{NM} \text{ cùng phương với vector } \vec{v} = (1; 1)$$

$$\text{Mặt khác } z_1, z_2 \text{ thuộc } S \text{ nên } \begin{cases} MN \perp \Delta_1 \\ MN \perp \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow MN = d(\Delta_1, \Delta_2) = 2\sqrt{2}. \text{ Mà } MN = k\sqrt{2} \Rightarrow k = 2.$$

$$\text{Từ đó suy ra: } \overrightarrow{NM} = (2; 2)$$

$$\text{Ta có: } P = |z_1| + |z_2 - 2i| = OM + NA \text{ với } A(0; 2)$$

$$\text{Vì } M \in \Delta_1 \Rightarrow M(x; 2 - x) \text{ với } 0 \leq x \leq 2$$

$$\text{Do } \overrightarrow{NM} = (2; 2) \Rightarrow N(x - 2; -x)$$

$$\text{Khi đó: } P = OM + NA$$

$$= \sqrt{x^2 + (2 - x)^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (2 + x)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{2}x)^2 + (\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}x)^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$\text{Đặt } \vec{u}(\sqrt{2} - \sqrt{2}x; \sqrt{2}), \vec{v}(\sqrt{2}x; 2\sqrt{2}). \text{ Khi đó } P = |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2\sqrt{5}$ khi $x = \frac{2}{3}$.

Câu 45. [2D4-4.1-3] Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| = 2$ và $|z_2 - 3 + 2i| = 4$?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có $\Delta = a^2 - 4b$

TH1: $a^2 - 4b > 0$, phương trình có hai nghiệm thực z_1, z_2 . Khi đó

$$\begin{cases} |z_1 + 1| = 2 \\ |z_2 - 3 + 2i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 + 1 = \pm 2 \\ \sqrt{(z_2 - 3)^2 + 4} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 \vee z_1 = -3 \\ z_2 = 3 \pm 2\sqrt{3} \end{cases}, \text{ suy ra có 4 cặp } (a, b) \text{ thỏa}$$

TH2: $a^2 - 4b < 0$, phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z_1 = x + yi$, $z_2 = x - yi$.

$z_2 = x - yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; y \neq 0$). Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{cases} |z_1 + 1| = 2 \\ |z_2 - 3 + 2i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2 \\ \sqrt{(x-3)^2 + (-y+2)^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{6}{5} \end{cases}, \text{ suy ra } z_1 = -1 + 2i; z_2 = -1 - 2i \text{ hoặc}$$

$z_1 = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i; z_2 = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$, do đó có 2 cặp (a, b) trong trường hợp này.

Vậy có tất cả có 6 cặp (a, b) thỏa yêu cầu bài.

Câu 46. [2H1-3.2-3] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6.

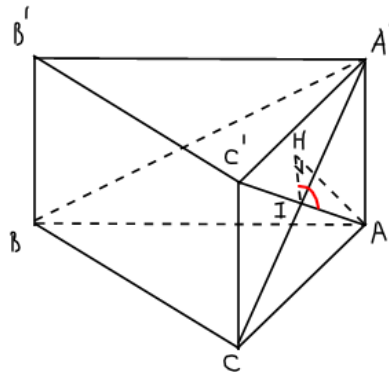
B. 18.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $18\sqrt{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Quang Huy



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'BC)$.

Khi đó, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'BC)$ là góc AIH , suy ra $AIH = 30^\circ$.

Ta có $AC' = 8 \Rightarrow AI = 4$

Ta có $AH = AI \cdot \sin AIH = 4 \cdot \sin 30^\circ = 2$. Suy ra $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{A'BC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 9 = 6$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3 \cdot 6 = 18$.

Câu 47. [2D2-5.5-4] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$. Số phần tử của

S bằng

A. 8.

B. 7.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn B

Ta có $\log_2(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$

$$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 24x + y = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \Leftrightarrow y = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} - x^3 + 9x^2 - 24x.$$

Xét hàm số $f(x) = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} - x^3 + 9x^2 - 24x, \forall x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right];$

$$f'(x) = 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 \cdot \frac{-2x + 8}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} - 3x^2 + 18x - 24$$

$$= -3(x-2)(x-4) - \frac{2(x-4)}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ -3(x-2) - \frac{2}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 = 0 \end{cases}$$

Do $-x^2 + 8x - 7 > 0, \forall x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right]$

$$\Rightarrow -3(x-2) - \frac{2}{(-x^2 + 8x - 7) \ln 3} \cdot 2^{\log_3(-x^2 + 8x - 7)} \cdot \ln 2 < 0, \forall x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right].$$

Bảng biến thiên:

x	$5/2$	4	$11/2$
y'	+	0	-
y		-12	-22.788
		-16.038	

Yêu cầu bài toán suy ra $\begin{cases} y = -12 \\ -22.788 \leq y \leq -16.038 \end{cases}$

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên ta được tập các giá trị y của là $\{-22; -21; -20; -19; -18; -17; -12\}$. Vậy có 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 48. [2D3-2.4-4] Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(8; 10)$.

C. $(6; 8)$.

D. $(13; 15)$.

Lời giải

FB tác giả: Hieu Le

Ta có:

$$f(x) \ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow f(x) \ln f(x) + xf'(x) = xf(x)$$

$$\Leftrightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} = x$$

$$\Leftrightarrow [x \ln f(x)]' = x$$

$$\Rightarrow x \ln f(x) = \int x dx \Leftrightarrow x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 \ln f(4) = 8 + C \\ \ln f(1) = \frac{1}{2} + C \end{cases}$$

$$\bullet f(1) = f(4) \Leftrightarrow \frac{C+8}{4} = C + \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 2$$

$$\text{Ta có: } x \ln f(x) = \frac{x^2}{2} + 2 \Rightarrow 2 \ln f(2) = 4 \Leftrightarrow \ln f(2) = 2 \Leftrightarrow f(2) = e^2 \approx 7,4 \in (6; 8).$$

Câu 49. [2H3-3.7-4] Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3, 7, 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 11.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

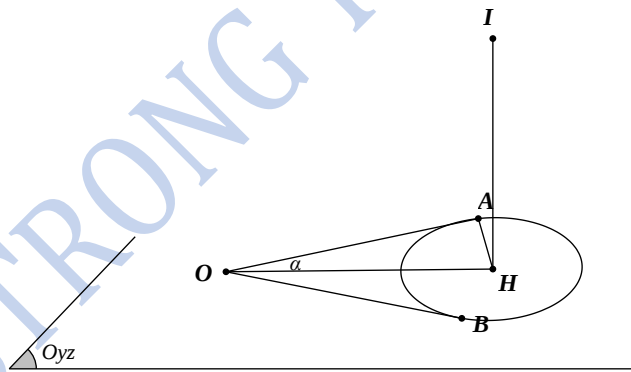
Lời giải

Fb tác giả: Hưng Phạm Ngọc

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (Oyz) thì $H(0, 7, 12)$ và $OH = \sqrt{193}$.

Gọi d_1, d_2 là hai tiếp tuyến thỏa mãn và A, B là các tiếp điểm tương ứng.



Đặt $\alpha = \angle AOH$ thì $\sin \alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{\sqrt{R^2 - 9}}{\sqrt{193}}$. Theo giả thiết thì $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ nên

$$\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Từ đó $\frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{R^2 - 9}}{\sqrt{193}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{229}{4}} \leq R \leq \sqrt{\frac{615}{4}}$. Mà $R \in \mathbb{Z}$ nên $R \in \{8, 9, 10, 11, 12\}$

Câu 50. [2D1-5.3-4] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4; 1)$ của phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ bằng -8 ?

A. 63.

B. 65.

C. 62.

D. 64.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 36x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Đặt $u = x^2 + 4x + 5$ với $x \in (-4; 1)$.

$$+) \text{ Đặt } g(x) = f(x^2 + 4x + 5) = f[(x+2)^2 + 1].$$

Nhận xét nếu x_0 là một nghiệm của phương trình $g(x) = m$ thì

$$g(-4 - x_0) = f[(-4 - x_0 + 2)^2 + 1] = f[(x_0 + 2)^2 + 1] = m$$

Do vậy: Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình $g(x) = m$ thì $-4 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình $g(x) = m$. Mà tổng hai nghiệm này bằng -4 .

Nên để phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng -8 thì phương trình $g(x) = m$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác -2 (do $x_0 \neq -4 - x_0$)

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 36x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Xét $u = x^2 + 4x + 5$ với $x \in (-4; 1)$.

Ta có $u' = 2x + 4, u' = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x^2 + 4x + 5)$ như sau:

x	-4	$-2 - \sqrt{2}$	-2	$-2 + \sqrt{2}$	1
$u = x^2 + 4x + 5$	5	3	1	3	10
$f(x^2 + 4x + 5)$	179	-77	-13	-77	8204

Vậy yêu cầu bài toán là phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Khi đó $-77 < m < -13$, cùng với điều kiện m là số nguyên ta có 63 giá trị của m .

----- HẾT -----



ĐỀ TN THPT NĂM 2023 [MD 104]
MÔN TOÁN
THỜI GIAN: 90 PHÚT

TỔ 4 - 27

Câu 1: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Câu 2: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là:

- A. $(1; -4; 5)$. B. $(3; 0; -1)$. C. $(3; 0; 1)$. D. $(-1; 4; -5)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 2x \geq \log_3 2$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1]$.

Câu 4: [Mức độ 1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. -1 . B. 3 . C. -4 . D. 1 .

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3 . B. 10 . C. 7 . D. -3 .

Câu 6: [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

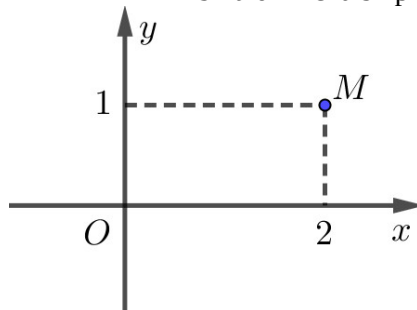
- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$F(2) = 6, F(4) = 12. \text{ Tích phân } \int_2^4 f(x) dx \text{ bằng}$$

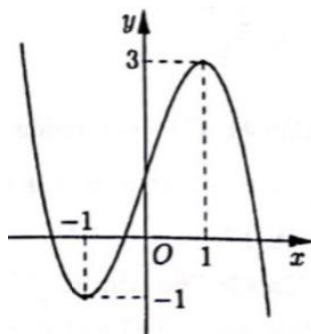
- A. -6 . B. 2 . C. 18 . D. 6 .

Câu 8: [Mức độ 1] Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây



- A. $1 - 2i$. B. $1 + 2i$. C. $2 - i$. D. $2 + i$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



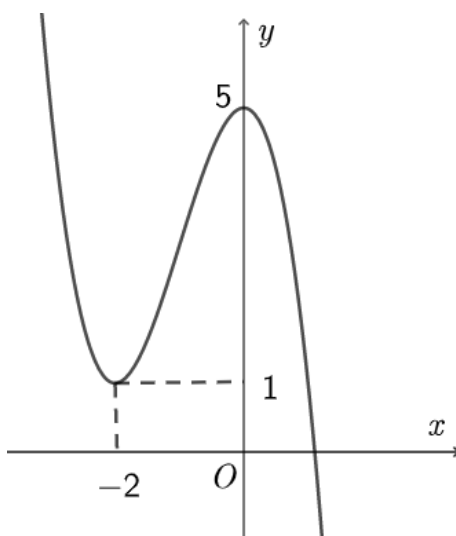
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 10: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $z = 0$. B. $y = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $x = 0$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là



- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 12: [Mức độ 1] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

- A. $y = -2x^2 + 1$. B. $y = \frac{x+2}{x}$. C. $y = x^4 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 13: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int x^3 dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. B. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$. C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$. D. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 14: [Mức độ 1] Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b \geq c$. B. $b > c$. C. $b < c$. D. $b \leq c$.

Câu 15: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lập từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 729. B. 216. C. 120. D. 20.

Câu 16: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{7}$. D. 7.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right) \dots$ B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \dots$ C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \dots$ D. $(-\infty; 2) \dots$

Câu 18: [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{x-1}$. D. $y' = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 56π . C. 24π . D. 48π .

Câu 20: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$ là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

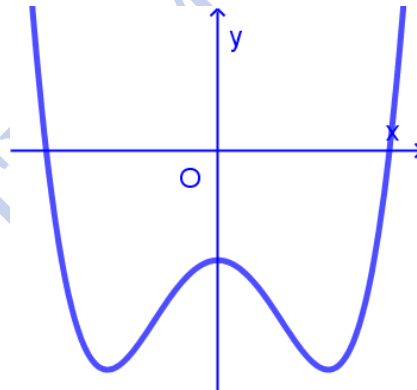
Câu 21: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

- A. $\frac{2V}{3}$. B. $3V$. C. $\frac{V}{3}$. D. V .

Câu 22: [Mức độ 1] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị u_3 bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 4. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 24: [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 25: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

- A. 4π . B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

Câu 26: [Mức độ 1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 7. B. 12. C. 4. D. 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 28: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 2; 1)$ và $B(1; 0; 1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$.

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Câu 30: [Mức độ 2] Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = -1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Câu 32: [Mức độ 2] Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

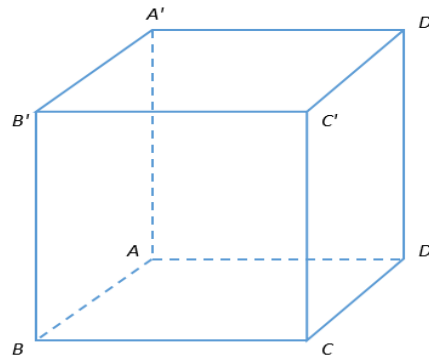
A. $\frac{1}{2}$.

B. 2 .

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34: [Mức độ 2] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(-3; 0)$.

B. $(3; 0)$.

C. $(3; 7)$.

D. $(-3; 7)$.

Câu 35: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 .

Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

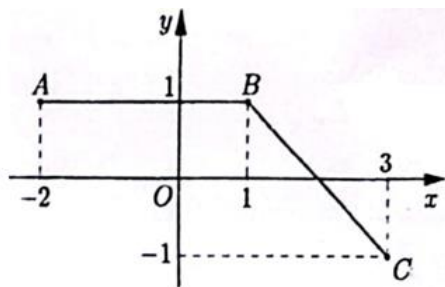
- A. 2. B. 3. C. -1. D. 1.

Câu 36: [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

- A. $\frac{71}{143}$. B. $\frac{72}{143}$. C. $\frac{128}{143}$. D. $\frac{15}{143}$.

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tích phân

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$



- A. $\frac{9}{2}$. B. 3. C. 4. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 38: [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

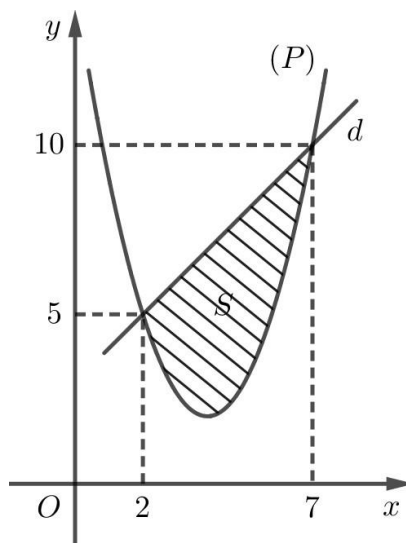
- A. $f(5) > f(6)$. B. $f(0) > f(2)$. C. $f(4) > f(0)$. D. $f(4) > f(2)$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$?

- A. 242. B. 217. C. 220. D. 215.

Câu 40: [Mức độ 3] Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$. Tích phân

$$\int_2^7 (2x-3) f'(x) dx \text{ bằng}$$



- A. $\frac{215}{3}$. B. $\frac{265}{3}$. C. $\frac{245}{3}$. D. $\frac{415}{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số

$y = x^3 - 3x^2 + 3mx + \frac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1; 5)$?

A. 17. B. 12.

C. 16.

D. 11.

Câu 42: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(4)$, giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(54; 56)$.

B. $(74; 76)$.

C. $(10; 12)$.

D. $(3; 5)$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$ và $ab \geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 4i| + |z_2|$ bằng:

A. 4. B. $4\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{5}$.

D. $4 + 4\sqrt{2}$.

Câu 44: [Mức độ 3] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x)$. Số phần tử của S là:

A. 3. B. 8.

C. 7.

D. 1.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 3-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{2}; \frac{15}{2}\right)$.

B. $\left(24; \frac{49}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{31}{2}; \frac{33}{2}\right)$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1| = 2$ và $|z_2 - 2 + 3i| = 3$?

A. 4. B. 3.

C. 6.

D. 2.

Câu 47: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 12. B. 18.

C. $18\sqrt{3}$.

D. $12\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D' . Khi bán kính đáy của (N) bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 72π .

B. 54π .

C. $36\sqrt{2}\pi$.

D. 108π .

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu S có tâm $I(3; 5; 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của S trong mặt phẳng Oyz mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 4. B. 2.

C. 10.

D. 6.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$ của phương trình $f(x^2 + 2x + 3) = m$ bằng -4 ?

A. 24. B. 23.

C. 26.

D. 25.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.B	7.D	8.D	9.A	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.C	20.B
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A	36.C	37.B	38.B	39.B	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.B	49.A	50.A

Câu 1: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải

FB tác giả: Nam Nguyễn

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$

Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng 2 .

Câu 2: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là:

- A. $(1; -4; 5)$. B. $(3; 0; -1)$. C. $(3; 0; 1)$. D. $(-1; 4; -5)$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn C

$$\vec{u} + \vec{v} = (1 + 2; 2 + (-2); -2 + 3) = (3; 0; 1)$$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 2x \geq \log_3 2$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1]$.

Lời giải

FB tác giả: Tho Nguyen

Chọn A.

+ Điều kiện: $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

+ $\log_3 2x \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm bất phương trình đã cho là $[1; +\infty)$.

Câu 4: [Mức độ 1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. -1 . B. 3 . C. -4 . D. 1 .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn D

$$z_1 - z_2 = (2 - i) - (1 + 3i) = 1 - 4i$$

Vậy phần thực của $z_1 - z_2$ là 1 .

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3 . B. 10 . C. 7 . D. -3 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 5 = 7.$$

Câu 6: [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)dx = \sin x - x^2 + C$. D. $\int f(x)dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn B

Vì $\int f(x)dx = \int (\cos x - x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. -6. B. 2.

C. 18.

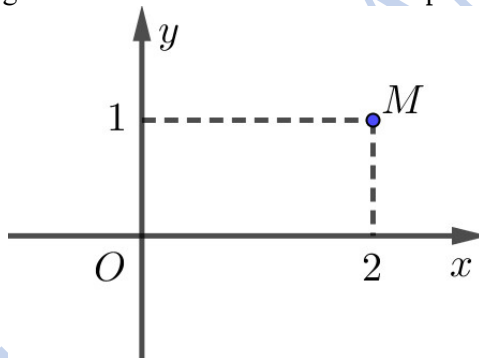
D. 6.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hằng

Ta có: $\int_2^4 f(x)dx = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$.

Câu 8: [Mức độ 1] Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây



A. $1 - 2i$.

B. $1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $2 + i$.

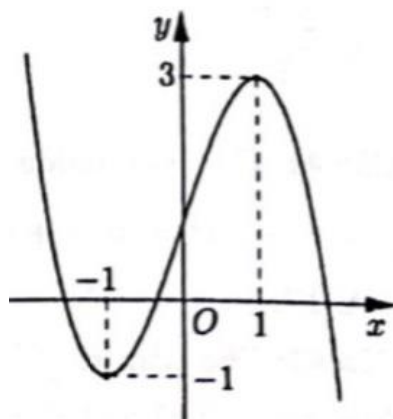
Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn D

Ta có $M(2;1)$ suy ra M biểu diễn số phức $z = 2 + i$.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. B. 0.

C. -1.

D. 1

Lời giải:

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại bằng 3.

Câu 10: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $z = 0$.

B. $y = 0$.

C. $x + y + z = 0$.

D. $x = 0$.

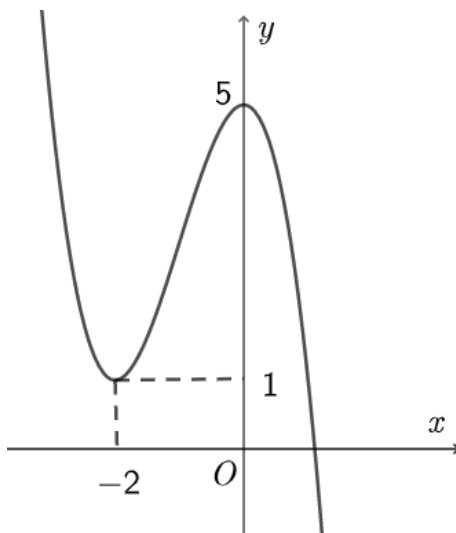
Lời giải

FB tác giả: Phạm Ngọc Huệ

Chọn B

Mặt phẳng Oxz đi qua O và có VTPT là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình là: $y = 0$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là



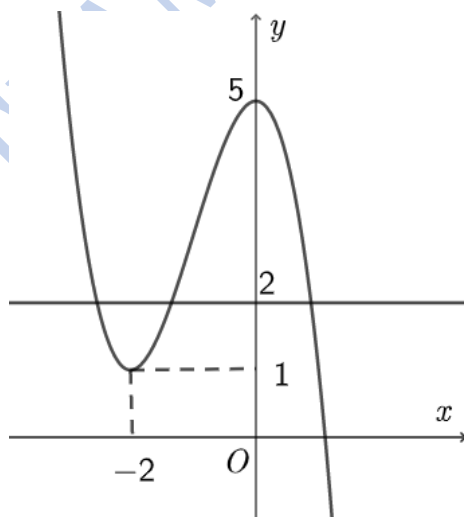
A. 0. B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyen



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm là 3.

Câu 12: [Mức độ 1] Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

A. $y = -2x^2 + 1$.

B. $y = \frac{x+2}{x}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị là $x = \pm 1$ nên đáp án D thỏa mãn.

Câu 13: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$.

B. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$.

C. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$.

D. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

FB tác giả: Ngô Thanh Sơn

$$\text{Ta có } \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C.$$

Câu 14: [Mức độ 1] Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $b \geq c$.

B. $b > c$.

C. $b < c$.

D. $b \leq c$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Chọn A

Ta có $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$.

Câu 15: Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lập từ các đỉnh của một lục giác đều?

A. 729..

B. 216..

C. 120.

D. 20.

Lời giải

FB tác giả: Phương Tran

Lục giác đều có 6 đỉnh. Cứ 3 đỉnh bất kỳ nối với nhau tạo thành một tam giác nên số tam giác được lập từ các đỉnh của một lục giác đều là $C_6^3 = 20$ tam giác.

Câu 16: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Chọn C

Thay $x = 2$ vào hàm số ta được $y = (2 \cdot 2^2 - 1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right) \dots$

B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \dots$

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Nguyễn

FB phản biện:

Ta có $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 18: [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

B. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$.

C. $y' = \frac{1}{x-1}$.

D. $y' = \frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 16π .

B. 56π .

C. 24π .

D. 48π .

Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn

FB phản biện:

Hình trụ đã cho có độ dài đường sinh là $l=h=3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S=2\pi rl=2\pi \cdot 4 \cdot 3=24\pi$.

Câu 20: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đào

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}.$$

Câu 21: Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{2V}{3}$.

B. $3V$.

C. $\frac{V}{3}$.

D. V .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Minh Đức

FB phản biện:

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot d(A', ABC) = V$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot d(A', ABC) = \frac{V}{3}.$$

Câu 22: [Mức độ 1] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị u_3 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 4 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

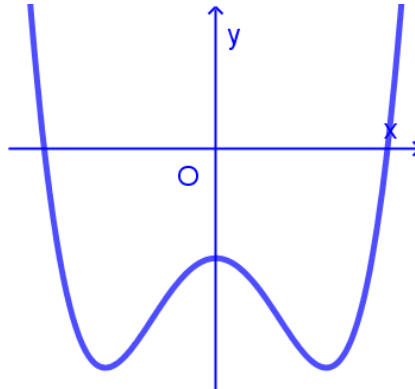
Lời giải

Fb: Hương Nguyễn Thi

Gmail: huongtoan.tb@gmail.com

Ta có: $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 3. B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thơm
FB phản biện:

Từ đồ thị hàm số, số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 24: [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Fb: Hương Nguyễn Thị
Gmail: huongtoan.tb@gmail.com

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x = 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$.

Câu 25: Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 4π . B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyễn

Ta có công thức tính thể tích của khối nón V qua diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Do đó $h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 12}{9} = 4$.

Câu 26: [Mức độ 1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 7. B. 12.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Fb: Hương Nguyễn Thị
Gmail: huongtoan.tb@gmail.com

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$

Lời giải

FB tác giả: Liễu Hoàng

Fb phản biện :

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$ là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4.$$

Câu 28: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Fb: **Huong Nguyen Thi**

Gmail: huongtoan.tb@gmail.com

Vì hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(2; +\infty)$ và $f'(x)$ dương trên $(2; +\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 2; 1)$ và $B(1; 0; 1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 20$.

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 20$.

Lời giải

FB tác giả: **Duyên Nguyễn**

Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(3; 1; 1)$.

Mặt cầu đường kính AB có độ dài bán kính là: $R = IA = \sqrt{(5-3)^2 + (2-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 30: [Mức độ 2] Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt

phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 45° .

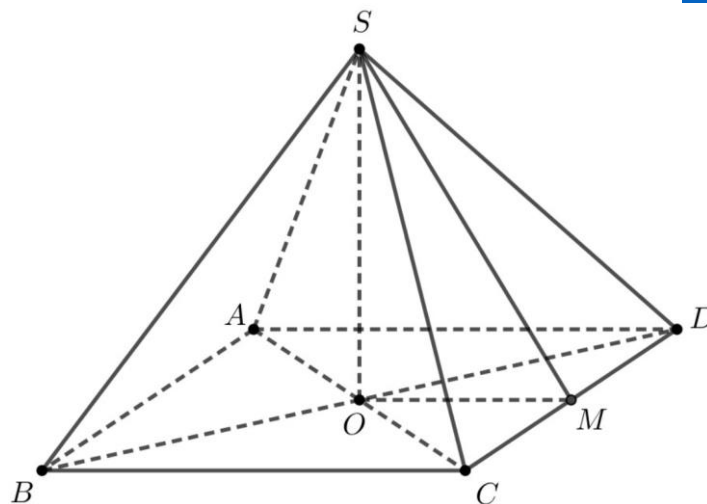
C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Fb: **Huong Nguyen Thi**

Gmail: huongtoan.tb@gmail.com



Gọi M là trung điểm của CD , O là tâm đáy. Ta có: $((SCD), (ABCD)) = SMO$.

$$\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{6}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SMO = 30^\circ.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng Δ vuông góc mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (1; 2; 1)$

Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 32: [Mức độ 2] Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\log_{a^2}(ab^2) = \frac{\log_a(ab^2)}{\log_a(a^2)} = \frac{1 + 2\log_a b}{2} = \frac{5}{2}$$

Vậy chọn **C**.

FB tác giả: Tran Duc Hieu

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

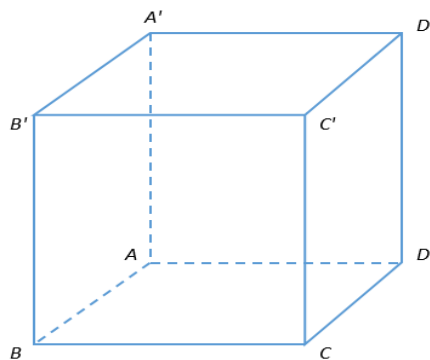
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

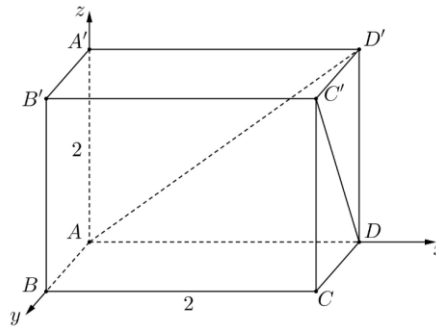
B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải





$$A(0;0;0), D'(2;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{AD'} = (2;0;2)$$

$$D(2;0;0), B'(0;-1;2)$$

Gọi $C'(x; y; z)$

$$\text{Vì } \overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AB'} \text{ nên } C'(2;-1;2)$$

$$\overrightarrow{AD} = (2;0;0), [\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}] = (2;-4;-2)$$

$$d(AD', DC') = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot [\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}]|}{|[\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{DC'}]|} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 34: [Mức độ 2] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

A. $(-3;0)$.

B. $(3;0)$.

C. $(3;7)$.

D. $(-3;7)$.

Lời giải

FB tác giả: Tran Duc Hieu

Ta có:

$$z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + i\sqrt{5} \\ z_2 = 3 - i\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(3; \sqrt{5}), N(3; -\sqrt{5})$$

Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(3;0)$

Vậy chọn B.

Câu 35: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 .

Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

FB: Thiên Phúc Nguyễn

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x - 1 = \frac{-x+5}{x-2} \text{ Điều kiện: } x \neq 2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = -x+5 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (thỏa đk).}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2.$$

Câu 36: [Mức độ 2] Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{71}{143}$.

B. $\frac{72}{143}$.

C. $\frac{128}{143}$.

D. $\frac{15}{143}$.

Lời giải

FB tác giả: Tran Duc Hieu

$$n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$$

Gọi A là biến cố “trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “trong 4 học sinh được chọn chỉ có nam hoặc chỉ có nữ”

$$n(\bar{A}) = C_5^4 + C_8^4 = 75$$

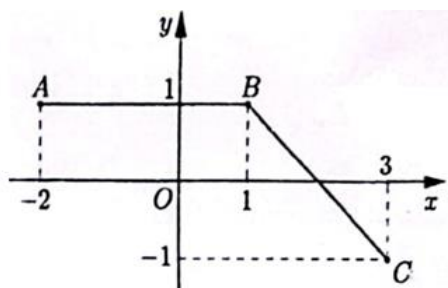
$$\Rightarrow n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 640$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{128}{143}$$

Vậy chọn **C**.

Câu 37: Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tích phân

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$



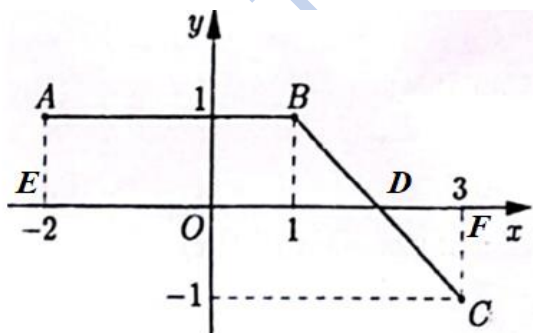
A. $\frac{9}{2}$. **B.** **3**.

C. 4.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Ngọc Ngô



Ta có $S_{ABDE} = \frac{7}{2} = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$; $S_{DCF} = \frac{1}{2} = \int_2^3 |f(x)| dx$

$$\Rightarrow \int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$$

$$= \int_{-2}^2 |f(x)| dx - \int_2^3 |f(x)| dx = S_{ABDE} - S_{DCF} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3$$

Câu 38: [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(5) > f(6)$.

B. **$f(0) > f(2)$** .

C. $f(4) > f(0)$.

D. $f(4) > f(2)$.

Lời giải

FB tác giả: Tran Duc Hieu

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

Dựa vào bảng biến thiên ta **chọn. B.**

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$?

A. 242.

B. 217.

C. 220.

D. 215.

Lời giải

FB tác giả: Hoa Nguyen

ĐK: $x > 0$.

Ta có: $(5^x - 125)(\log_3^2 x - 8\log_3 x + 15) < 0$.

$$\Leftrightarrow (5^x - 5^3)(\log_3 x - 3)(\log_3 x - 5) < 0.$$

$$\Leftrightarrow (5^x - 5^3)(\log_3 x - \log_3 27)(\log_3 x - \log_3 243) < 0.$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 27)(x - 243) < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta có bảng xét dấu:

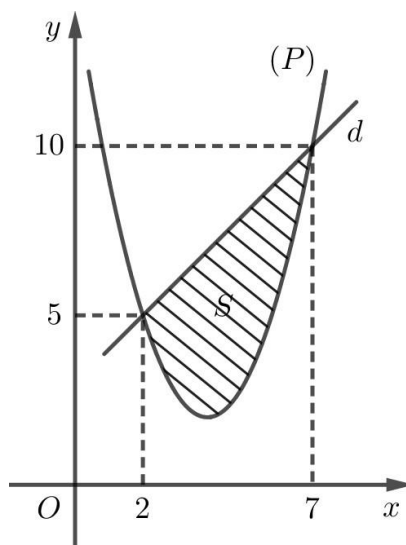
x		0		3		27		243		$+\infty$
$f(x)$		-		0	+	0	-	0	+	

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ 27 < x < 243 \end{cases}$.

Nên số nghiệm nguyên là 217.

Câu 40: [Mức độ 3] Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$. Tích phân

$$\int_2^7 (2x - 3) f'(x) dx \text{ bằng}$$



A. $\frac{215}{3}$.

B. $\frac{265}{3}$.

C. $\frac{245}{3}$.

D. $\frac{415}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $(2; 5)$ và $(7; 10)$ có phương trình là $y = x + 3$.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \frac{125}{6} = \int_2^7 (x+3-f(x))dx = \frac{75}{2} - \int_2^7 f(x)dx \Rightarrow \int_2^7 f(x)dx = \frac{50}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{Tích phân } I &= \int_2^7 (2x-3)f'(x)dx = (2x-3)f(x)\Big|_2^7 - \int_2^7 2f(x)dx \\ &= 11f(7) - f(2) - 2 \cdot \frac{50}{3} = 11 \cdot 10 - 5 - 2 \cdot \frac{50}{3} = \frac{215}{3}. \end{aligned}$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 3mx + \frac{1}{3} \text{ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng } (-1; 5)?$$

A. 17. B. 12.

C. 16.

D. 11.

Lời giải

FB tác giả: Trung Nguyen
FB phản biện:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3m$. Để hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1; 5)$

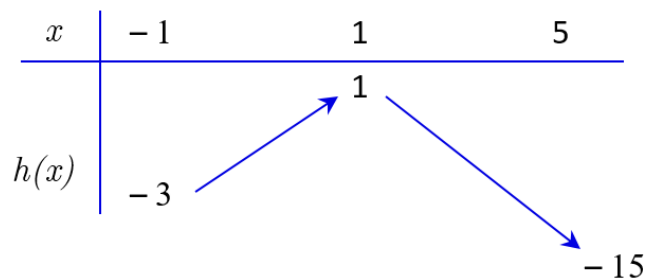
$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3m = 0 \text{ có đúng một nghiệm thuộc khoảng } (-1; 5)$$

$$\Leftrightarrow m = -x^2 + 2x \text{ có đúng một nghiệm thuộc khoảng } (-1; 5)$$

Xét hàm số $h(x) = -x^2 + 2x$ trên khoảng $(-1; 5)$

$$\text{Ta có } h'(x) = -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên



Từ BBT để hàm số có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 5) \Leftrightarrow -15 < m \leq -3$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-14; -13; \dots; -3\}$. Vậy có 12 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 42: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(4)$, giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (54; 56).

B. (74; 76).

C. (10; 12).

D. (3; 5).

Lời giải

$$f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$$

$$\Leftrightarrow \ln(f(x)) = 2x - x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} \Leftrightarrow x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} + \ln(f(x)) = 2x \Leftrightarrow (x \ln(f(x)))' = 2x$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $x \ln(f(x)) = x^2 + C$.

$$\text{Thay } x=1 \text{ và } x=4 \text{ ta được } \begin{cases} \ln(f(1)) = 1 + C \\ \ln(f(4)) = \frac{16+C}{4} \end{cases} \text{ Mà } f(1) = f(4) \Rightarrow 1 + C = \frac{16+C}{4} \Rightarrow C = 4.$$

Suy ra $f(x) = e^{\frac{x^2+4}{x}}$. Khi đó $f(2) = e^4$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$ và $ab \geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 4i| + |z_2|$ bằng:

A. 4. B. $4\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{5}$.

D. $4 + 4\sqrt{2}$

Lời giải

Số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 8$

$$\Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 8$$

$$\Leftrightarrow |a| + |b| = 4$$

Do $ab \geq 0$ nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là 2 đoạn thẳng:

+) Đoạn 1 giới hạn bởi đường thẳng: $x + y = 4$ nằm ở góc phần tư thứ nhất

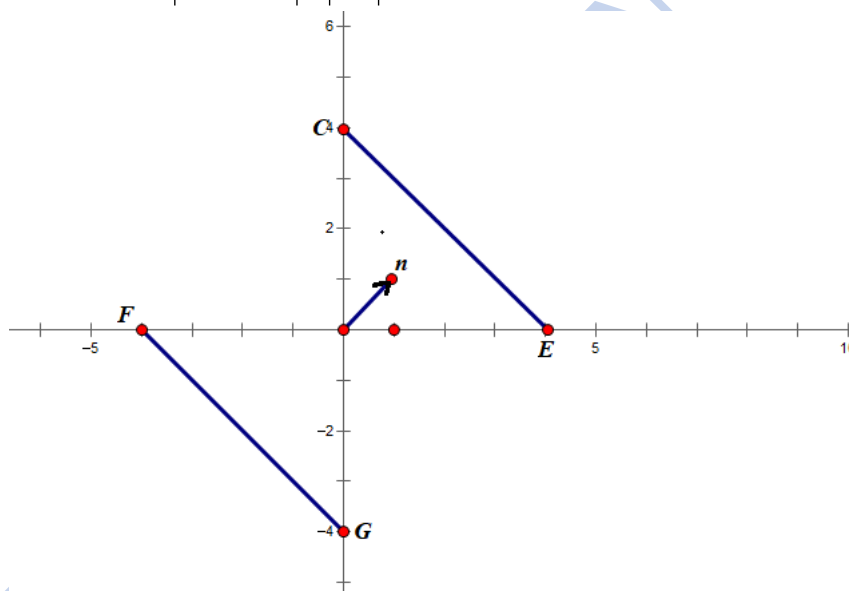
+) Đoạn 2 giới hạn bởi đường thẳng $x + y = -4$ nằm ở góc phần tư thứ ba

Gọi $z_1(A); z_2(B)$ do $\frac{z_1 - z_2}{1+i}$ là số thực dương, vậy B nằm trên đoạn thẳng FG , A di động trên đoạn

CE

Sao cho $\overrightarrow{BA}$ cùng hướng với $\vec{n}(1;1)$,

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OG}| + |\overrightarrow{OB}|$ với $C(0; -4)$



Ta dễ dàng thấy được giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OG}| + |\overrightarrow{OB}| = AG + OB$ đạt được khi B trùng với F và A trùng với C . Khi đó giá trị nhỏ nhất là $4\sqrt{5}$.

Câu 44: [Mức độ 3] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x)$. Số phần tử của S là:

A. 3. B. 8.

C. 7.

D. 1.

Lời giải

Điều kiện với $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right]$.

$$\text{Đặt } \log_2(x^3 - 6x^2 + 9x + y) = \log_3(-x^2 + 6x) = t \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x + y = 2^t \\ -x^2 + 6x = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-3)^2 + y = 2^t \\ -(x-3)^2 = 3^t - 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3+3)(x-3)^2 + y = 2^t \\ (x-3)^2 = 9-3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^3 + 3(x-3)^2 + y = 2^t \\ (x-3)^2 = 9-3^t \end{cases}.$$

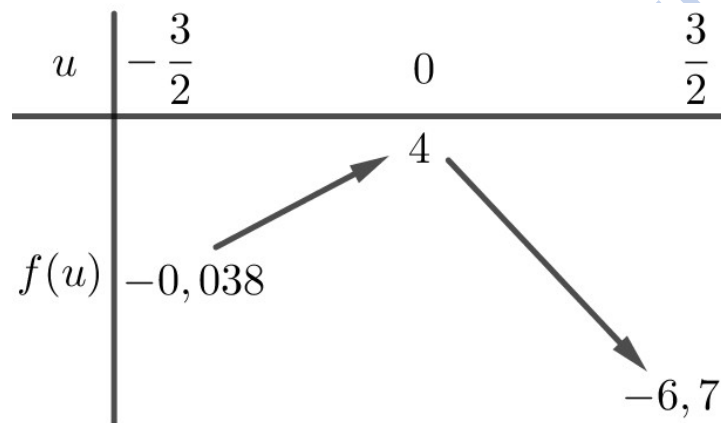
$$\text{Đặt } u = x-3 \text{ với } u \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right].$$

$$\text{Hệ phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 3u^2 + y = 2^t \\ u^2 = 9-3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 3u^2 + y = 2^t \\ t = \log_3(9-u^2) \end{cases}$$

$$\text{suy ra } y = -u^3 - 3u^2 + 2^{\log_3(9-u^2)} = -u^3 - 3u^2 + (9-u^2)^{\log_3 2}.$$

$$\text{Có } y' = -3u^2 - 6u + \log_3 2 \cdot (9-u^2)^{\log_3 2 - 1} \cdot (-2u) = -u \left[3u + 2 + 2\log_3 2 \cdot (9-u^2)^{\log_3 2 - 1} \right] = 0 \Leftrightarrow u = 0.$$

Bảng biến thiên:



$$\text{Phương trình có nghiệm duy nhất } x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right] \Leftrightarrow \text{phương trình (*) có nghiệm duy nhất } u \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\text{suy ra } \begin{cases} y = 4 \\ -6,7 < y < -0,038 \end{cases}.$$

$$\text{Với } y \in \mathbb{Z} \text{ nên } y \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 4\}.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 3-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{2}; \frac{15}{2}\right)$. B. $\left(24; \frac{49}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{31}{2}; \frac{33}{2}\right)$.

Lời giải

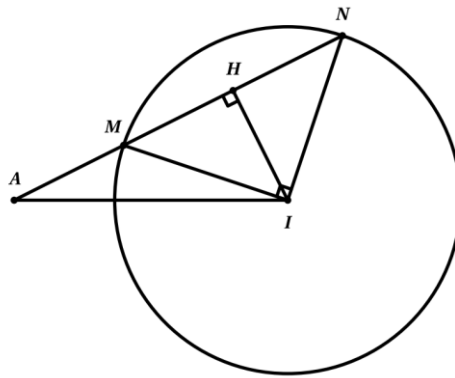
FB tác giả: DƯƠNG THÁI BẢO

Trước tiên ta có $I(1; -2; -1)$ và $R=2$. Vì $IA = \sqrt{5} > R=2$ nên điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

Giả sử d cắt (S) tại M, N (M nằm giữa A với N). Vì IM, IN lần lượt vuông góc với hai tiếp diện tại

M, N nên góc giữa IN và IM bằng với góc giữa hai tiếp diện, suy ra $\angle MIN = 90^\circ$ hay $\triangle IMN$ vuông cân tại I .

$$\text{Khi đó } MN = IM \cdot \sqrt{2} = R\sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \text{ Gọi } H \text{ là trung điểm của } MN, \text{ suy ra } IH = \frac{1}{2}MN = \sqrt{2}.$$



Xét tam giác AHI vuông tại H nên $AH = \sqrt{AI^2 - HI^2} = \sqrt{3}$, suy ra $\cos HAI = \frac{AH}{AI} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Mặt khác, ta có $\vec{AI} = (0; -2; 1)$, suy ra

$$\cos HAI = \left| \cos(\vec{u}; \vec{AI}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{AI}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{AI}|} = \frac{|1 \cdot 0 + a \cdot (-2) + (3-a) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + a^2 + (3-a)^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|3a-3|}{\sqrt{2a^2-6a+10} \cdot \sqrt{5}}$$

Vì thế

$$\frac{|3a-3|}{\sqrt{2a^2-6a+10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} \Leftrightarrow \sqrt{3}|a-1| = \sqrt{2a^2-6a+10} \Leftrightarrow a^2 = 7.$$

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1| = 2$ và $|z_2 - 2 + 3i| = 3$?

A. 4. **B.** 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta = a^2 - 4b$.

Trường hợp 1: $\Delta \geq 0$ nên $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$.

$$+) |z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 - 1 = 2 \\ z_1 - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_1 = -1 \end{cases}.$$

$$+) |z_2 - 2 + 3i| = 3 \Leftrightarrow (z_2 - 2)^2 + 3^2 = 3^2 \Leftrightarrow z_2 = 2.$$

$$\text{Với } z_1 = 3 \text{ và } z_2 = 2 \text{ ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Với } z_1 = -1 \text{ và } z_2 = 2 \text{ ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Trường hợp 1: $\Delta < 0$ đặt $z_1 = x + yi$ và $z_2 = x - yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |z_1 - 1| = 2 \\ |z_2 - 2 + 3i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + yi - 1| = 2 \\ |x - yi - 2 + 3i| = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow (C_1): I(1;0), R_1 = 2 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \Rightarrow (C_2): J(2;3), R_2 = 3 \end{cases}.$$

Có $IJ = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ suy ra $R_2 - R_1 < IJ < R_1 + R_2$ nên (C_1) cắt (C_2) tại 2 điểm phân biệt nên ta có 2 cặp (a, b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy ta có 4 cặp (a, b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

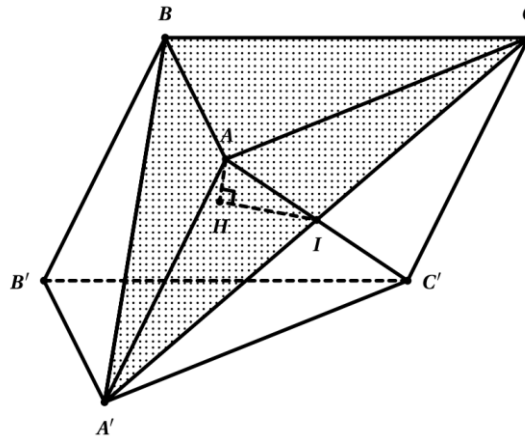
Câu 47: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 12. B. 18.

C. $18\sqrt{3}$.D. $12\sqrt{3}$.

Lời giải

FB tác giả: DƯƠNG THÁI BẢO



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$, H là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(A'BC)$.

Khi đó $(AC', (A'BC)) = \angle AIH = 60^\circ$.

Vì $AC' = 8$ nên $AI = 4$ suy ra $AH = AI \cdot \sin \angle AIH = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối tứ diện $AA'BC$ là $V_{AA'BC} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{A'BC} = 6\sqrt{3}$.

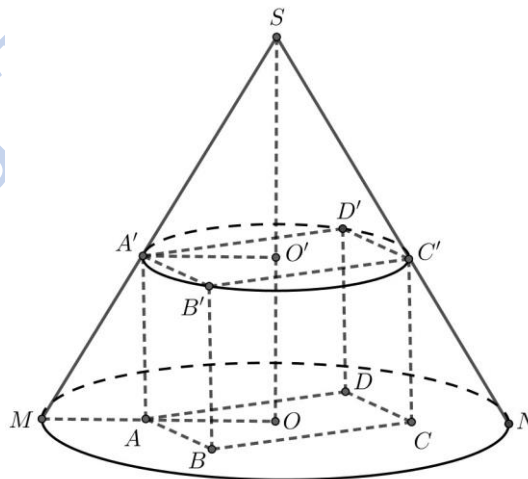
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{AA'BC} = 18\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A' , B' , C' , D' . Khi bán kính đáy của (N) bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 72π .B. 54π .C. $36\sqrt{2}\pi$.D. 108π .

Lời giải

Chọn B



Theo bài ra ta có: $O'A' = \frac{1}{2} A'C' = 2\sqrt{2}$; $OM = 3\sqrt{2}$ và $OO' = 4$.

Ta có: $O'A' \parallel OM$ suy ra $\frac{OM}{O'A'} = \frac{SO}{SO'} \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{SO' + OO'}{SO'} = 1 + \frac{4}{SO'} \Leftrightarrow SO' = 8 \Rightarrow SO = 12$.

Xét $\triangle SOM$ có $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{12^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{162}$.

Vậy $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l = \pi \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{162} = 54\pi$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu S có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của S trong mặt phẳng Oyz mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 4. **B.** 2.

C. 10.

D. 6.

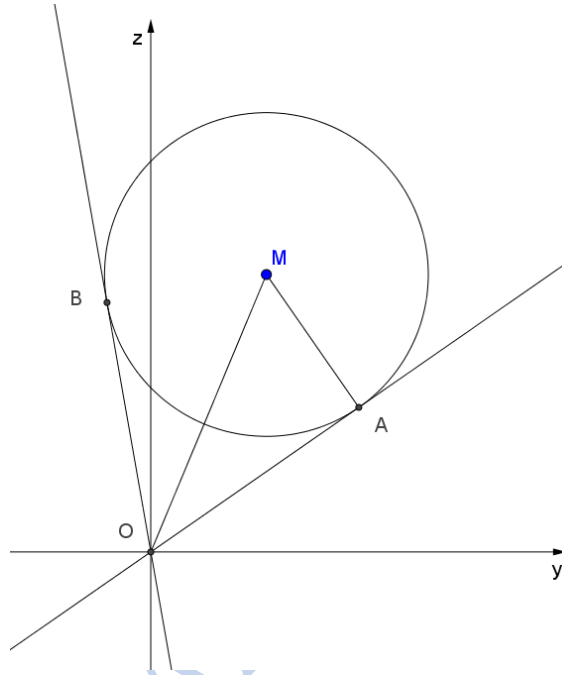
Lời giải

FB tác giả: Thái Doãn Hùng

FB phản biện:

Ta có: $d(I, Oyz) = 3$

Gọi M là hình chiếu của I trên mặt phẳng $Oyz \Rightarrow M(0;5;12) \Rightarrow OM = 13$



Ta có: hai tiếp tuyến OA, OB hợp với nhau một góc không nhỏ hơn 60°

$$\Rightarrow 60^\circ \leq \angle AOB \leq 120^\circ$$

$$\Rightarrow 30^\circ \leq \angle AOM \leq 60^\circ$$

Tam giác AOM vuông tại A do đó ta có: $\frac{MA}{MO} = \sin \angle AOM \Rightarrow MA = MO \cdot \sin \angle AOM$

$$\text{Suy ra } 13 \cdot \sin 30^\circ \leq MA \leq 13 \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{13}{2} \leq r \leq \frac{13\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có: } R^2 = d^2 + r^2 = 9 + r^2$$

$$\Rightarrow 51,25 \leq R^2 \leq 135,75$$

$$\Rightarrow 7,1589 \leq R \leq 11,6511$$

$$\Rightarrow R = 8; 9; 10; 11$$

Chọn đáp án. **A.**

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$ của phương trình $f(x^2 + 2x + 3) = m$ bằng -4 ?

A. 24. **B.** 23.

C. 26.

D. 25.

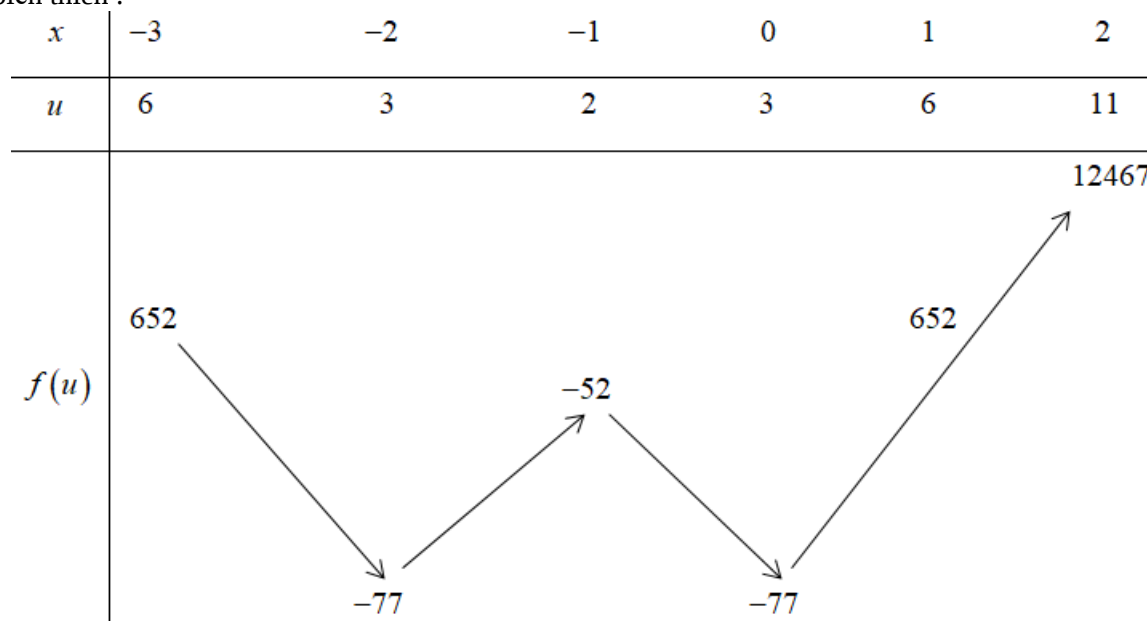
Lời giải

Chọn A

Ta có : $f'(x) = 4x^3 - 36x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$.

Đặt $u = x^2 + 2x + 3$ có $u' = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên :



Nhận xét : Hàm số $y = f(x^2 + 2x + 3)$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm trục đối xứng.

+) Với $-52 \leq m < 12467$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Với $-77 < m < -52$ phương trình $f(x^2 + 2x + 3) = m$ có 4 nghiệm phân biệt là $-1 - y_0, -1 - x_0, -1 + x_0, -1 + y_0$ với $(0 < x_0 < y_0)$ luôn thỏa mãn tổng các nghiệm bằng -4 .

Vậy có 24 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.



**ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2023
MÔN TOÁN**

MÃ ĐỀ 103

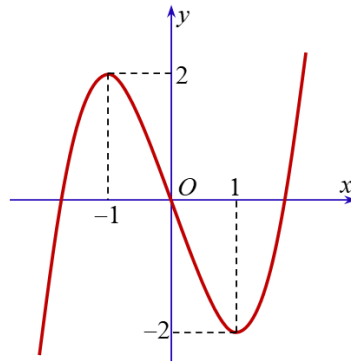
Câu 1. Cho hình nón có bán kính bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A. $4a$. B. $2a$. C. $a\sqrt{10}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 2. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích là V và chiều cao là h bằng:

- A. $\frac{V}{3h}$. B. $\frac{V}{h}$. C. Vh . D. $\frac{3V}{h}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây là đúng.

- A. $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$. B. $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + c$. C. $\int x^5 dx = 5x^4 + c$. D. $\int x^5 dx = x^6 + c$

Câu 5. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ thì $\int_1^4 2f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 12. C. 4. D. 8.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $24a^3$. C. $18a^3$. D. $6a^3$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. $a^{\frac{4}{3}}$. B. a^5 . C. a^2 . D. $a^{\frac{5}{9}}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; 5; 0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3; -1; 2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 3; -2)$ là

- A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.
C. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 11. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $3 - 2i$. B. $2 - 3i$. C. $-3 + 2i$. D. $2 + 4i$.

Câu 12. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. 2 . B. $1 - i$. C. $1 + i$. D. $-i$.

Câu 13. Với a là các số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

- A. $1 + a$. B. a . C. $1 - \log_7 a$. D. $1 + \log_7 a$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3 . B. 9 . C. 3 . D. 2 .

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

- A. $(-3; +\infty)$. B. $[-3; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $[3; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = 1 + 2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$.

Câu 17. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của trụ đã cho bằng

- A. $7\pi a^2$. B. $14\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$.

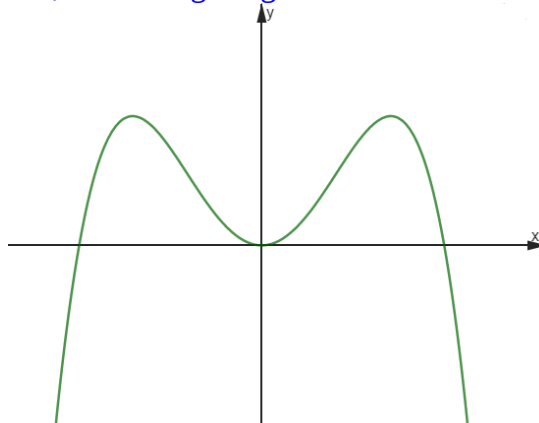
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		3
	3			$-\infty$	

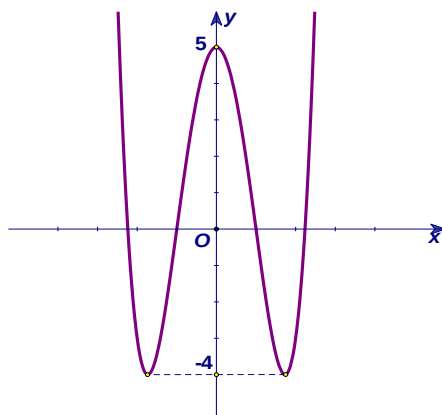
Tiền cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên



- A.** $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 22.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?
A. $2 - 2i$. **B.** $2i$. **C.** $-2 + 2i$. **D.** $2 + 2i$.
- Câu 23.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là
A. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$. **B.** $y' = \frac{1}{x+1}$. **C.** $y' = \frac{1}{\ln 3}$. **D.** $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0; 3; 0)$. **B.** $(-2; 0; 0)$. **C.** $(0; 3; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$.
- Câu 25.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và trục hoành là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > \log_2 5$ là
A. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \frac{5}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.
- Câu 27.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. $\frac{1}{4}$. **B.** -6 . **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 0; 5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là
A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$. **B.** $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$.
C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$. **D.** $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$.
- Câu 30.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .
- Câu 31.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?
A. 10. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 32.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là
A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{4}{81}$. **C.** $\frac{8}{81}$. **D.** $\frac{7}{81}$.
- Câu 33.** Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



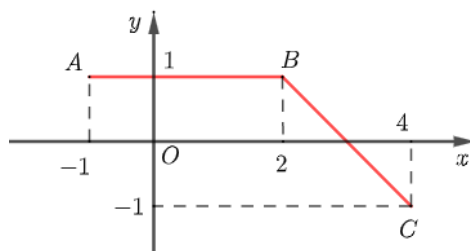
A. 4.

B. 17.

C. 16.

D. 8

Câu 34. Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 4]$.



Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{9}{2}$.D. $\frac{7}{2}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 36. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.B. $(-1; 0)$.C. $(-\infty; -1)$.D. $(1; +\infty)$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$. Môđun của z bằng

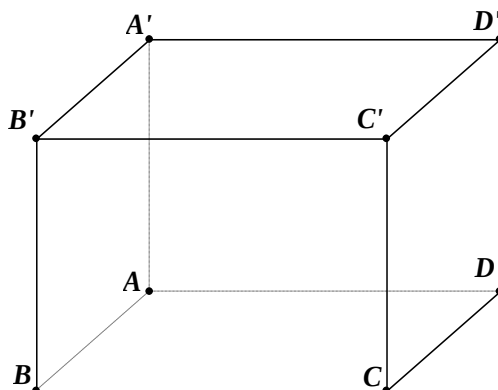
A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 38. Cho hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 3$ (tham khảo hình dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.B. $\frac{6}{7}$.C. $\frac{7}{6}$.D. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3} \text{ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng } (-1; 8)?$$

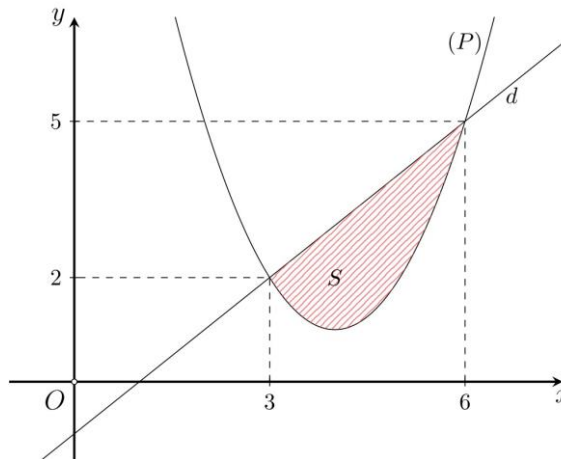
A. 26.

B. 36.

C. 35.

D. 27.

Câu 40. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên dưới. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{9}{2}$.



Tích phân $\int_3^6 (2x-3)f'(x)dx$ bằng

A. 33.

B. 51.

C. 39.

D. 27.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$?

A. 704.

B. 701.

C. 707.

D. 728.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $ab \leq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - i|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $1 + \sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 2-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{19}{2}; 10\right)$.

C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$.

Câu 44. Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

A. 18π .

B. $9\sqrt{3}\pi$.

C. $27\sqrt{3}\pi$.

D. 54π .

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1| = 2$ và $|z_2 - 3 - 2i| = 3$.

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 6.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị

$$x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2}\right] \text{ thỏa mãn } \log_3(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_2(-x^2 + 8x - 12). \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 3.

B. 8.

C. 1.

D. 7

- Câu 47.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{8}$ D. $\frac{a^3}{4}$.
- Câu 48.** Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?
- A. $(40; 42)$. B. $(3; 5)$. C. $(32; 34)$. D. $(1; 3)$.
- Câu 49.** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4; 1)$ của phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ bằng -8 ?
- A. 81. B. 82. C. 80. D. 79.
- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5; 6; 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?
- A. 9. B. 4. C. 2. D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	A	B	D	C	D	B	C	C	D	D	C	D	A	C	A	C	A	C	C	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	C	A	B	D	B	B	D	C	D	B	D	D	A	A	D	B	D	B	D	C	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình nón có bán kính bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $4a$.B. $2a$.C. $a\sqrt{10}$.D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Câu 2. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích là V và chiều cao là h bằng:

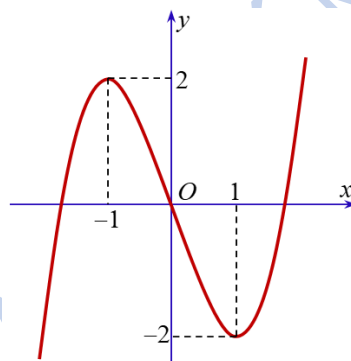
A. $\frac{V}{3h}$.B. $\frac{V}{h}$.C. Vh .D. $\frac{3V}{h}$.

Lời giải

Ta có thể tích của lăng trụ là $V = B.h \Rightarrow B = \frac{V}{h}$

Chọn đáp án B

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 1$.B. $x = -2$.C. $x = -1$.D. $x = 2$.

Lời giải

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây là đúng.

A. $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$.B. $\int x^5 dx = \frac{x^5}{\ln 5} + c$.C. $\int x^5 dx = 5x^4 + c$.D. $\int x^5 dx = x^6 + c$

Lời giải.

Ta có $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$

Câu 5. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ thì $\int_1^4 2f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 12.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Ta có $\int_1^4 2f(x) dx = 2 \int_1^4 f(x) dx = 2.6 = 12$.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$.B. $24a^3$.C. $18a^3$.D. $6a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.9a^2.2a = 6a^3$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{3}}$.

B. a^5 .

C. a^2 .

D. $a^{\frac{5}{9}}$.

Lời giải

Ta có $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5+1}{3}} = a^2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; -1; 0)$.

B. $(0; 3; 0)$.

C. $(0; 2; 0)$.

D. $(0; 5; 0)$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) cắt 3 trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 5; 0)$, $C(0; 0; 2)$ có phương

trình đoạn chắn là $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Vậy giao điểm của (P) và trục Oy là $(0; 5; 0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3; -1; 2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 3; -2)$ là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

D. $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3; -1; 2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 3; -2)$ có phương

trình là $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 11. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. $3 - 2i$.

B. $2 - 3i$.

C. $-3 + 2i$.

D. $2 + 4i$.

Lời giải

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i)i = -3 + 2i$

Câu 12. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. 2 .

B. $1 - i$.

C. $1 + i$.

D. $-i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Với a là các số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

A. $1 + a$.

B. a .

C. $1 - \log_7 a$.

D. $1 + \log_7 a$.

Lời giải

Ta có $\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3 .

B. 9 .

C. 3 .

D. 2 .

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = F(x) \Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 6 - 3 = 3$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

- A. $(-3; +\infty)$. B. $[-3; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$.

D. $[3; +\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình $2^x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \log_2 8 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Tập nghiệm là $[3; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = 1 + 2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \sin 2x + C$ B. $\int f(x) dx = x + 2\sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x - 2\sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x - \sin 2x + C$.

Lời giải

Theo bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp và tính chất của nguyên hàm.

Ta có $\int f(x) dx = \int (1 + 2\cos 2x) dx = \int 1 dx + \int 2\cos 2x dx = x + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + C = x + \sin 2x + C$.

Câu 17. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của trụ đã cho bằng

A. $7\pi a^2$.

B. $14\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Hình trụ có $l = h = 3a$

Nên $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi a \cdot 3a = 6\pi a^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ là

$(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		3
	3			$-\infty$	

Tiền cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$.

B. $x = -3$.

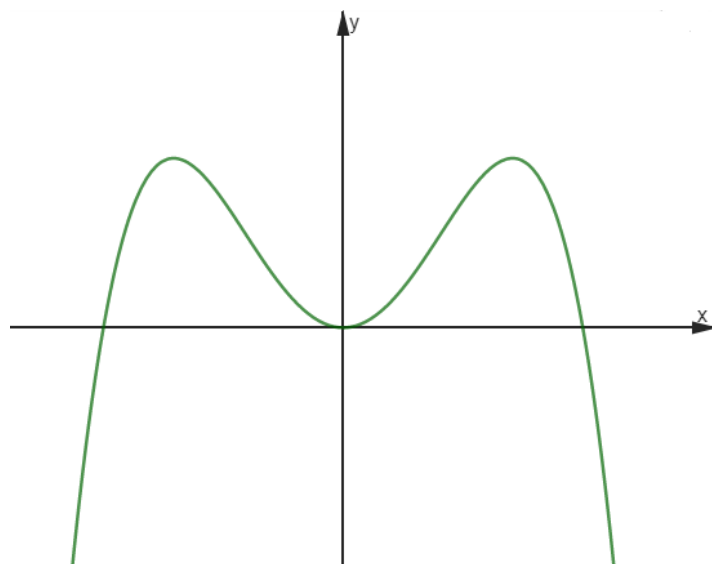
C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \mp\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho ta thấy là đồ thị hàm bậc 4 ứng với hệ số bậc cao nhất âm, đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và có 3 điểm cực trị. Đáp án A thỏa mãn những nhận xét trên.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$ (là hai nghiệm đơn) nên hàm số có 2 điểm cực trị

Câu 22. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $2 - 2i$.

B. $2i$.

C. $-2 + 2i$.

D. $2 + 2i$.

Lời giải

Điểm $M(-2; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức $-2 + 2i$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{x+1}$.

C. $y' = \frac{1}{\ln 3}$.

D. $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ suy ra $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 3; 0)$.

B. $(-2; 0; 0)$.

C. $(0; 3; 1)$.

D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Ta có: hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2; 0; 0)$

Câu 25. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và trục hoành là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Do đó số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 2.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > \log_2 5$ là

A. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right).$$

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. -6 .

C. 6 .

D. 4 .

Lời giải

Ta có công sai $d = \frac{u_2}{u_1} = 4$.**Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

A. 120.

B. 20.

C. 216.

D. 18.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ là chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử: $A_6^3 = 120$.**Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 0; 5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 3$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 12$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 12$.

Lời giải

Ta có tâm mặt cầu là trung điểm của AB có tọa độ là $(0; 1; 4)$ bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{3}.$$

Do đó phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$.**Câu 30.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

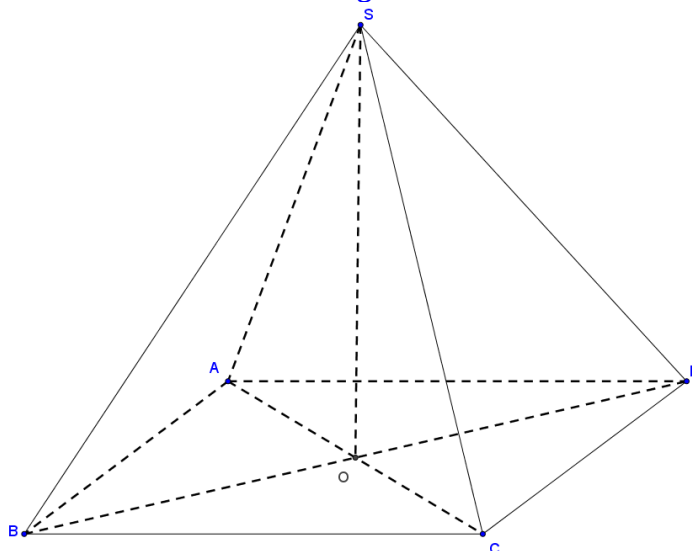
A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải



Do $CD \parallel AB$ nên góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng góc giữa hai đường thẳng SB và AB bằng góc $SBA = 60^\circ$ (Vì tam giác SAB đều).

Câu 31. Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 10.

B. 11.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Điều kiện xác định: $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\sqrt{30}; \sqrt{30})$.

Tập xác định $D = (-\sqrt{30}; \sqrt{30})$ có các số nguyên thỏa mãn là $\{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5\}$, gồm 11 số.

Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{4}{81}$.

C. $\frac{8}{81}$.

D. $\frac{7}{81}$.

Lời giải

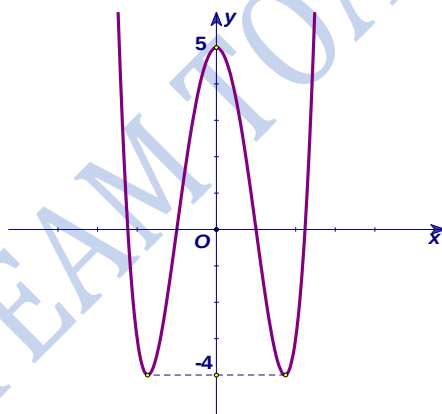
Ta có $n(S) = 81$.

$A =$ “Số có tổng hai chữ số bằng 8”.

$A = \{80, 17, 71, 26, 62, 35, 53\} \Rightarrow n(A) = 7$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{81}.$$

Câu 33. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho với mỗi m , phương trình $2f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



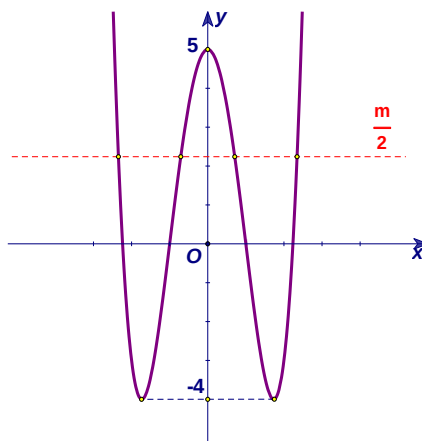
A. 4.

B. 17.

C. 16.

D. 8

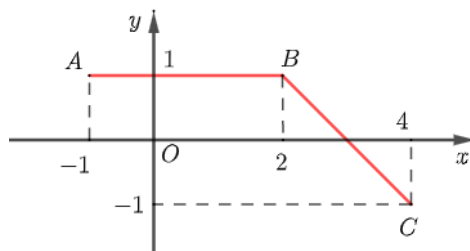
Lời giải



Xét phương trình $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -4 < \frac{m}{2} < 5 \Leftrightarrow -8 < m < 10$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7; -6; \dots; -1; 0; 1; 2; \dots; 9\}$, nên có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 34. Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 4]$.



Tích phân $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = -1$ và $x = 3$. Ta có $S_1 = \frac{7}{2}$.

S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = 3$ và $x = 4$. Ta có $S_2 = \frac{1}{2}$.

$$\text{Từ đó } \int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = S_1 - S_2 = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3.$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 5 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

(P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2; 3; 1)$

Đường thẳng d vuông góc với (P) nhận $\vec{n}(2; 3; 1)$ làm một véc tơ chỉ phương, d đi qua A nên d có

phương trình là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 36. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-1		0		-1		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Đặt } z = a + bi \text{ (với } a, b \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Ta có } a + bi - 2(a - bi) = 1 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra môđun của z bằng $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5}$.

Câu 38. Cho hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 3$ (tham khảo hình dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

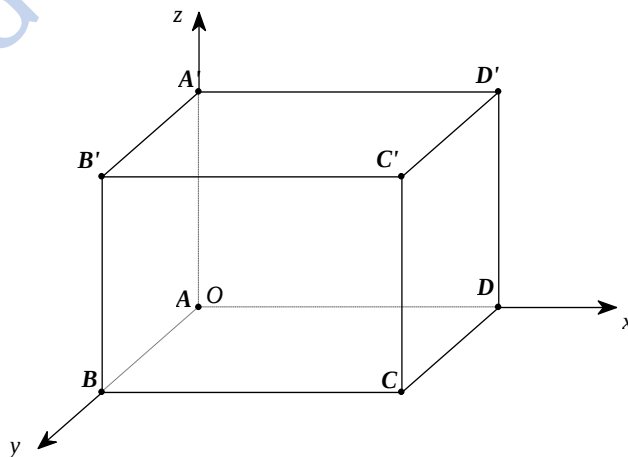
B. $\frac{6}{7}$.

C. $\frac{7}{6}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Ta có: $A(0;0;0)$, $B'(0;1;3)$, $B(0;1;0)$, $C'(2;1;3)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB'} = (0;1;3)$, $\overrightarrow{BC'} = (2;0;3)$, $\overrightarrow{AB} = (0;1;0)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

$$d(AB', BC') = \frac{[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] \cdot \overrightarrow{AB}}{[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]} = \frac{6}{7}.$$

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \frac{4}{3} \text{ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng } (-1; 8)?$$

A. 26.

B. 36.

C. 35.

D. 27.

Lời giải

Ta có: $y' = -x^2 + 4x + m = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 4x$ có đúng 1 nghiệm đơn (bội lẻ) thuộc $(-1; 8)$.

$$\text{Xét } f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow f'(x) = 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = -4$$

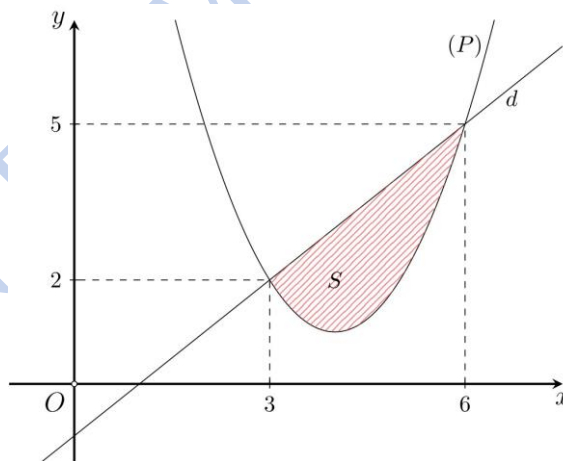
Bảng biến thiên

x	-1	2	8
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	5	-4	32

Đồ thị minh họa: Một trục tọa độ với trục hoành là x và trục tung là $f(x)$. Điểm $(-1, 5)$ và $(2, -4)$ được đánh dấu. Một đường thẳng m nằm ngang ở $f(x) = m$ cắt đồ thị tại hai điểm khi $5 < m < 32$.

ycbt $\Leftrightarrow 5 \leq m < 32$ vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5; 6; 7; \dots; 31\}$ nên có 27 giá trị m nguyên.

Câu 40. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên dưới. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{9}{2}$.



Tích phân $\int_3^6 (2x-3)f'(x)dx$ bằng

A. 33.

B. 51.

C. 39.

D. 27.

Lời giải

Gọi đường thẳng $d: y = ax + b$. Vì đường thẳng d đi qua hai điểm $(3; 2)$ và $(6; 5)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ 6a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $d: y = x - 1$.

Gọi parabol $(P): y = mx^2 + nx + p$. Vì (P) đi qua hai điểm $(3; 2)$ và $(6; 5)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9m + 3n + p = 2 & (1) \\ 36m + 6n + p = 5 & (2) \end{cases}$$

Mặt khác ta lại có hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{9}{2}$ nên ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_3^6 (x - 1 - mx^2 - nx - p) dx = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \int_3^6 (-mx^2 - (n-1)x - (p+1)) dx = \frac{9}{2} \\ &\Leftrightarrow \left[-\frac{mx^3}{3} - \frac{(n-1)x^2}{2} - (p+1)x \right]_3^6 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow -63m - \frac{27}{2}n - 3p = -6 \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9m + 3n + p = 2 \\ 36m + 6n + p = 5 \\ -63m - \frac{27}{2}n - 3p = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = -8 \\ p = 17 \end{cases}$$

Suy ra $y = f(x) = x^2 - 8x + 17$ và $f'(x) = 2x - 8$.

$$\text{Vậy } \int_3^6 (2x-3)f'(x) dx = \int_3^6 (2x-3)(2x-8) dx = 27.$$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0$?

A. 704

B. 701.

C. 707.

D. 728.

Lời giải

Cách 1:

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có: } (2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x < 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 > 0 \\ 2^x > 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 < 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1. } 2^x < 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ \log_3 x < 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x < 4 \\ \log_3 x > 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ 0 < x < 27 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x < 4 \\ x > 3^6 \end{cases}.$$

TH này có 3 số thỏa mãn.

$$\text{TH2. } 2^x > 16, \log_3^2 x - 9\log_3 x + 18 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 3 < \log_3 x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 27 < x < 729$$

TH này có 701 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

Cách 2:

Điều kiện: $x > 0$.

$$(2^x - 16)(\log_3^2 x - 9\log_3 x + 18) < 0 \Leftrightarrow (2^x - 16)(\log_3 x - 6)(\log_3 x - 3) < 0 \quad (*)$$

$$\text{Ta có } (2^x - 16)(\log_3 x - 6)(\log_3 x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 16 = 0 \\ \log_3 x - 6 = 0 \\ \log_3 x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 729 \\ x = 27 \end{cases}$$

Bảng xét dấu về trái của (*)

x	0	4	27	729	$+\infty$		
VT	-	0	+	0	-	0	+

Suy ra (*) có tập nghiệm $S = (0; 4) \cup (27; 729)$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1; 2; 3; 28; 29; \dots; 728\}$, vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $ab \leq 0$. Xét z_1

và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - i|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $1 + \sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

$z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$, $ab \leq 0$.

$$|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow |2a| + |2bi| = 2 \Leftrightarrow |a| + |b| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1, a \geq 0, b \geq 0 & (l) \\ a - b = 1, a \geq 0, b \leq 0 & (d_1) \\ -a + b = 1, a \leq 0, b \geq 0 & (d_2) \\ -a - b = 1, a \leq 0, b \leq 0 & (l) \end{cases}$$

(Vì $ab \leq 0$ nên a, b trái dấu).

Gọi M là điểm biểu diễn của z_1 , N là điểm biểu diễn của z_2 .

Ta có: $\frac{z_1 - z_2}{-1 + i}$ là số thực dương $\Rightarrow z_1 - z_2 = k(-1 + i)$, $k > 0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{NM}$ cùng hướng với $\vec{v} = -1; 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} N \in d_1 : a - b = 1 \\ M \in d_2 : -a + b = 1 \\ MN = d \quad d_1; d_2 = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = 1; -1$$

$|z_1| + |z_2 - i| = OM + NA$ (với A là điểm biểu diễn của $i \Rightarrow A(0; 1)$).

$M \in d_2 \Rightarrow M(m; m+1)$ $-1 \leq m \leq 0$.

Mà: $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = 1; -1 \Rightarrow N(1+m; m)$.

Ta có: $P = OM + NA = \sqrt{m^2 + 1 + m^2} + \sqrt{1 + m^2 + 1 - m^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 1} + \sqrt{2m^2 + 2}$.

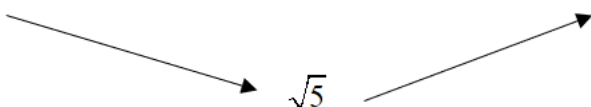
$$P' = \frac{4m+2}{2\sqrt{2m^2+2m+1}} + \frac{4m}{2\sqrt{2m^2+2}}$$

$$P' = 0 \Leftrightarrow 2(4m+2)\sqrt{2m^2+2} + 8m\sqrt{2m^2+2m+1} = 0.$$

$$\Leftrightarrow 8m + 4\sqrt{2m^2+2} = -8m\sqrt{2m^2+2m+1} \Rightarrow 8m + 4\sqrt{2m^2+2} = 64m^2\sqrt{2m^2+2m+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

m	-1	$-\frac{1}{3}$	0
P'	-	0	+
P			

Suy ra, chọn đáp án A

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -2)$, nhận $\vec{u} = (1; a; 2-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

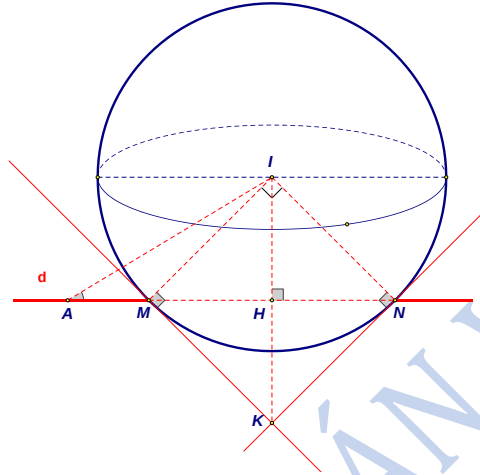
A. $\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{19}{2}; 10\right)$.

C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1) \Rightarrow \vec{AI} = (0; -2; 1) \Rightarrow AI = \sqrt{5}$. Giả sử d cắt (S) tại M và N

Gọi $(P), (Q)$ là hai tiếp diện tại $M; N$ vì $(P) \perp (Q) \Rightarrow \angle MIN = 90^\circ \Rightarrow \triangle IMN$ vuông cân

$$\Rightarrow IH = MH = HN = \sqrt{2} \Rightarrow AH = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \cos(\angle IAH) = \frac{AH}{AI} = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{u}|}{AI \cdot |\vec{u}|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |2-3a| = \sqrt{3} \sqrt{1+a^2+(a-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 9a^2 - 12a + 4 = 6a^2 - 12a + 15 \Leftrightarrow a^2 = \frac{11}{3} \in \left(\frac{7}{2}; 4\right).$$

Câu 44. Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

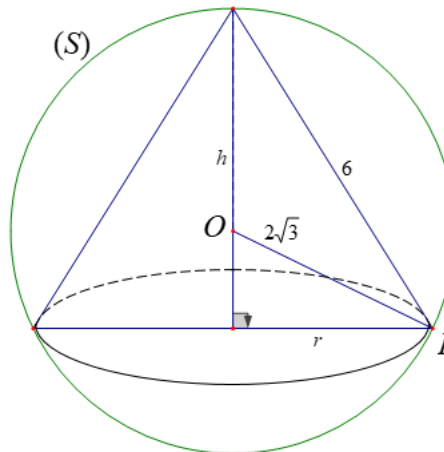
A. 18π .

B. $9\sqrt{3}\pi$.

C. $27\sqrt{3}\pi$.

D. 54π .

Lời giải



Gọi r là bán kính đáy của hình nón, h là chiều cao của hình nón.

$$\text{Ta có: } r = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (h - 2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4\sqrt{3}h - h^2}.$$

$$l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow 6^2 = h^2 + (4\sqrt{3}h - h^2) \Leftrightarrow h = 3\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{36 - 27} = 3.$$

$$V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.3^2.3\sqrt{3} = 9\pi\sqrt{3}.$$

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số (a, b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1| = 2$ và $|z_2 - 3 - 2i| = 3$.

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Trường hợp 1: Phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = a^2 - 4b > 0$

$$\text{Khi đó } |z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_1 = -1 \end{cases}$$

+) Với $z_1 = 3$, thay vào phương trình được $9 + 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a - 9$.

Nghiệm còn lại là $z_2 = -a - 3$, thay vào điều kiện còn lại được

$$|-a - 3 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow (a + 6)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow a = -6 \pm \sqrt{5}$$

Với $a = -6 - \sqrt{5}$ thì $b = 9 + 3\sqrt{5}$ tm

Với $a = -6 + \sqrt{5}$ thì $b = 9 - 3\sqrt{5}$ tm

+) Với $z_1 = -1$, thay vào phương trình được $1 - a + b = 0 \Rightarrow b = a - 1$.

Nghiệm còn lại là $z_2 = -a + 1$, thay vào điều kiện còn lại được

$$|-a + 1 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow a = -2 \pm \sqrt{5}$$

Với $a = -2 - \sqrt{5}$ thì $b = -3 - \sqrt{5}$ tm

Với $a = -2 + \sqrt{5}$ thì $b = -3 + \sqrt{5}$ tm

Trường hợp 2: Phương trình có 2 nghiệm không thực phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = a^2 - 4b < 0$

Khi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình thì nó là 2 số phức liên hợp, đặt $z_1 = x + iy, z_2 = \bar{z} = x - iy$

Khi đó ta có

$$\begin{cases} |z_1 - 1| = 2 \\ |z_2 - 3 - 2i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x + iy - 1| = 2 \\ |x - iy - 3 - 2i| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 4 \\ (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 - \sqrt{119}}{8} \\ x = \frac{11 + \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 + \sqrt{119}}{8} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} x = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3 - \sqrt{119}}{8} \end{cases} \text{ thì } z_1 = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} + i \frac{-3 - \sqrt{119}}{8}, z_2 = \frac{11 - \sqrt{119}}{8} - i \frac{-3 - \sqrt{119}}{8}$$

$$\text{Áp dụng Viet ta có } \begin{cases} a = -\frac{11 - \sqrt{119}}{4} \\ b = \frac{23 - \sqrt{119}}{4} \end{cases} \text{ tm}$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} x = \frac{11+\sqrt{119}}{8} \\ y = \frac{-3+\sqrt{119}}{8} \end{cases} \text{ thì } z_1 = \frac{11+\sqrt{119}}{8} + i \frac{-3+\sqrt{119}}{8}, z_2 = \frac{11+\sqrt{119}}{8} - i \frac{-3+\sqrt{119}}{8}$$

$$\text{Áp dụng Viet ta có } \begin{cases} a = -\frac{11+\sqrt{119}}{4} \\ b = \frac{23+\sqrt{119}}{4} \end{cases} \text{ tm}$$

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y , tồn tại duy nhất một giá trị

$$x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right] \text{ thỏa mãn } \log_3(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_2(-x^2 + 8x - 12). \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 3.

B. 8.

C. 1.

D. 7

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x^3 - 9x^2 + 24x + y > 0$$

Ta có:

$$\log_3(x^3 - 9x^2 + 24x + y) = \log_2(-x^2 + 8x - 12)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 24x + y = 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)}$$

$$\Rightarrow y = 3^{\log_2(-x^2 + 8x - 12)} - x^3 + 9x^2 - 24x$$

Có:

$$y' = \frac{(-2x+8)}{(-x^2+8x-12)\ln 2} 3^{\log_2(-x^2+8x-12)} \cdot \ln 3 - (3x^2 - 18x + 24)$$

$$= -(x-4) \left[\frac{2 \cdot 3^{\log_2(-x^2+8x-12)} \cdot \ln 3}{(-x^2+8x-12)\ln 2} + 3(x-2) \right]$$

$$\text{Do } x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{11}{2} \right] \text{ nên } \frac{2 \cdot 3^{\log_2(-x^2+8x-12)} \cdot \ln 3}{(-x^2+8x-12)\ln 2} + 3(x-2) > 0$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{5}{2}$		4		$\frac{11}{2}$
y'		+	0	-	
y			-7		
			-16,9		-23,7

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên ta có yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \\ -23 \leq y \leq -17 \end{cases}$$

Vậy có tất cả 8 giá trị nguyên của y . Số phần tử của S là 8.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

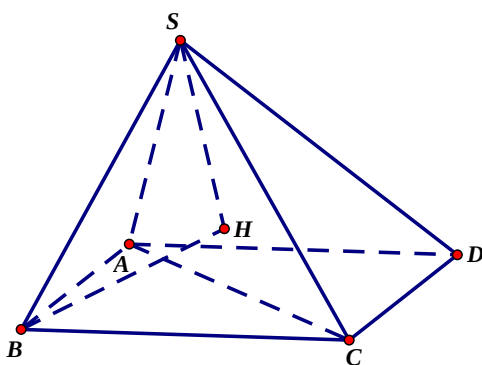
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

C. $\frac{a^3}{8}$

D. $\frac{a^3}{4}$

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của B trên (SAC) .

Ta có $HSB = (BS, (SAC)) = 60^\circ$

Trong $\triangle SHB$ ta có $BH = SB \sin HSB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{SABCD} = 2V_{SABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} S_{SAC} \cdot BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(40; 42)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(32; 34)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Ta có $f(x) \ln f(x) = x(2f(x) - f'(x)) \Rightarrow \ln f(x) = 2x - x \frac{f'(x)}{f(x)}$

$\Rightarrow \ln f(x) + x \frac{f'(x)}{f(x)} = 2x \Rightarrow (x \ln f(x))' = 2x$

$\Rightarrow x \ln f(x) = \int 2x dx = x^2 + C \Rightarrow \ln f(x) = x + \frac{C}{x}$.

Vì $f(1) = f(3) \Leftrightarrow 1 + C = 3 + \frac{C}{3} \Leftrightarrow C = 3$

Vậy $\ln f(x) = x + \frac{3}{x} \Rightarrow f(2) = e^{2+\frac{3}{2}} = e^{\frac{7}{2}} \approx 33,12$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4; 1)$ của phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ bằng -8 ?

A. 81.

B. 82.

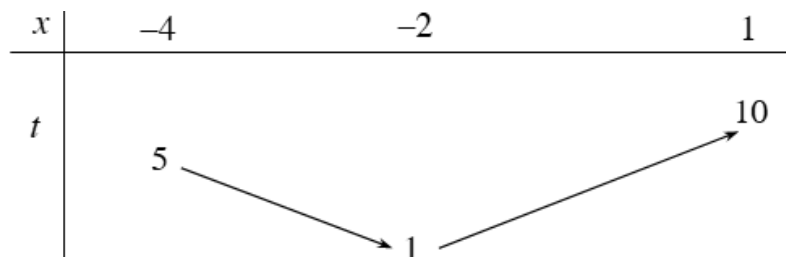
C. 80.

D. 79.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 4x + 5$ (1)

Ta có



Nhận xét:

• Mỗi $t \in [5; 10)$ cho 1 nghiệm $x \in (-4; 1)$

☛ Mỗi $t \in (1; 5)$ cho 2 nghiệm $x \in (-4; 1)$ có tổng hai nghiệm bằng -4.

☛ Mỗi $t = 1$ cho 1 nghiệm $x \in (-4; 1)$

Khi đó phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ trở thành $m = f(t) = t^4 - 32t^2 + 4$ (*)

$$\text{Ta có } f'(t) = 4t^3 - 64t, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	1	4	5	10
$f(t)$	-27	-252	-171	6804

Để phương trình đã cho có các nghiệm phân biệt thuộc $(-4; 1)$ và có tổng các nghiệm bằng -8

$\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm t phân biệt thuộc $(1; 5)$

$\Leftrightarrow -252 < m < -171$

Vậy $m \in \{-251; -250; \dots -172\}$ có 80 số m .

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5; 6; 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

A. 9.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

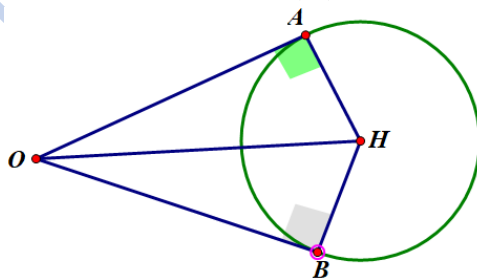
Lời giải

Gọi $H(0; 6; 12)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) .

Khi đó H là tâm đường tròn (C) , với (C) là giao tuyến của (S) và (Oyz) .

Khi đó (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{R^2 - 25}$.

Gọi A, B là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ O đến (C)



Theo giả thiết:

$$60^\circ \leq AOB \leq 120^\circ \Leftrightarrow 30^\circ \leq AOH \leq 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \sin AOH \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{AH}{OH} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{R^2 - 25}}{6\sqrt{5}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 70 \leq R^2 \leq 160$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{70} \leq R \leq \sqrt{160} \Rightarrow R \in \{9; 10; 11; 12\}.$$